

**Институт глобального климата и экологии имени академика Ю.А. Израэля (ИГКЭ)
Российское гидрометеорологическое общество**

**Вторые научные чтения памяти Георгия Вадимовича Грузы
«СТАТИСТИЧЕСКАЯ КЛИМАТОЛОГИЯ И МОНИТОРИНГ КЛИМАТА»**

Москва, ИГКЭ, 12 марта 2026 г.

**Выделение нелинейных трендов
во временных рядах климатических данных:
использование кусочно-линейных функций**

Семенов С.М. (ИГКЭ, ИГ РАН), Кутузова К.М., Добролюбов Н.Ю. (ИГКЭ)



ИНСТИТУТ ГЕОГРАФИИ
Российской академии наук



основан в 1918 году

О чем будем говорить:

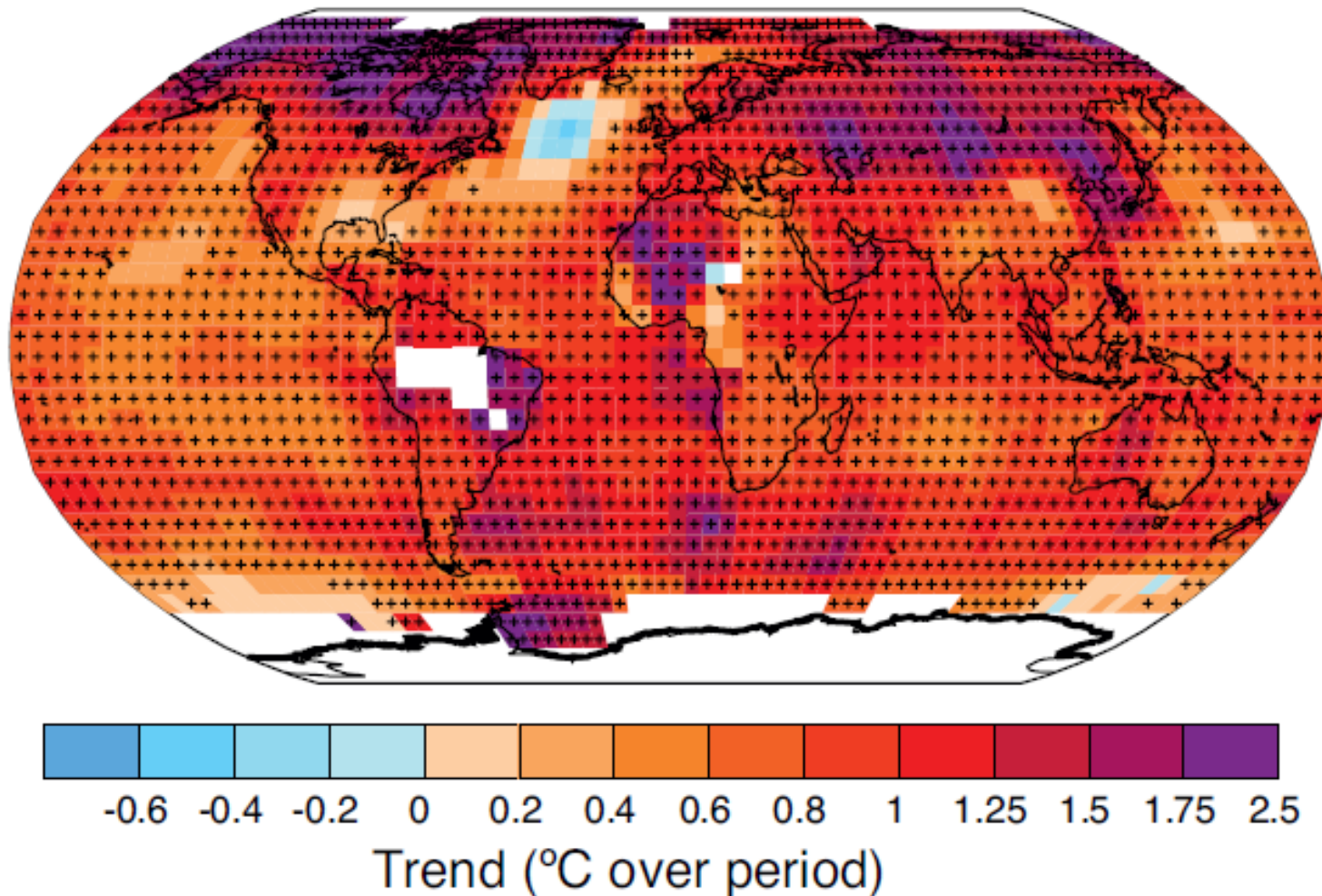
Использование линейной регрессии для описания тенденций изменения параметров климата в масштабе многих десятилетий – недостатки.

Использование для этого непрерывных кусочно-линейных функций – возможность частичного преодоления этих недостатков.

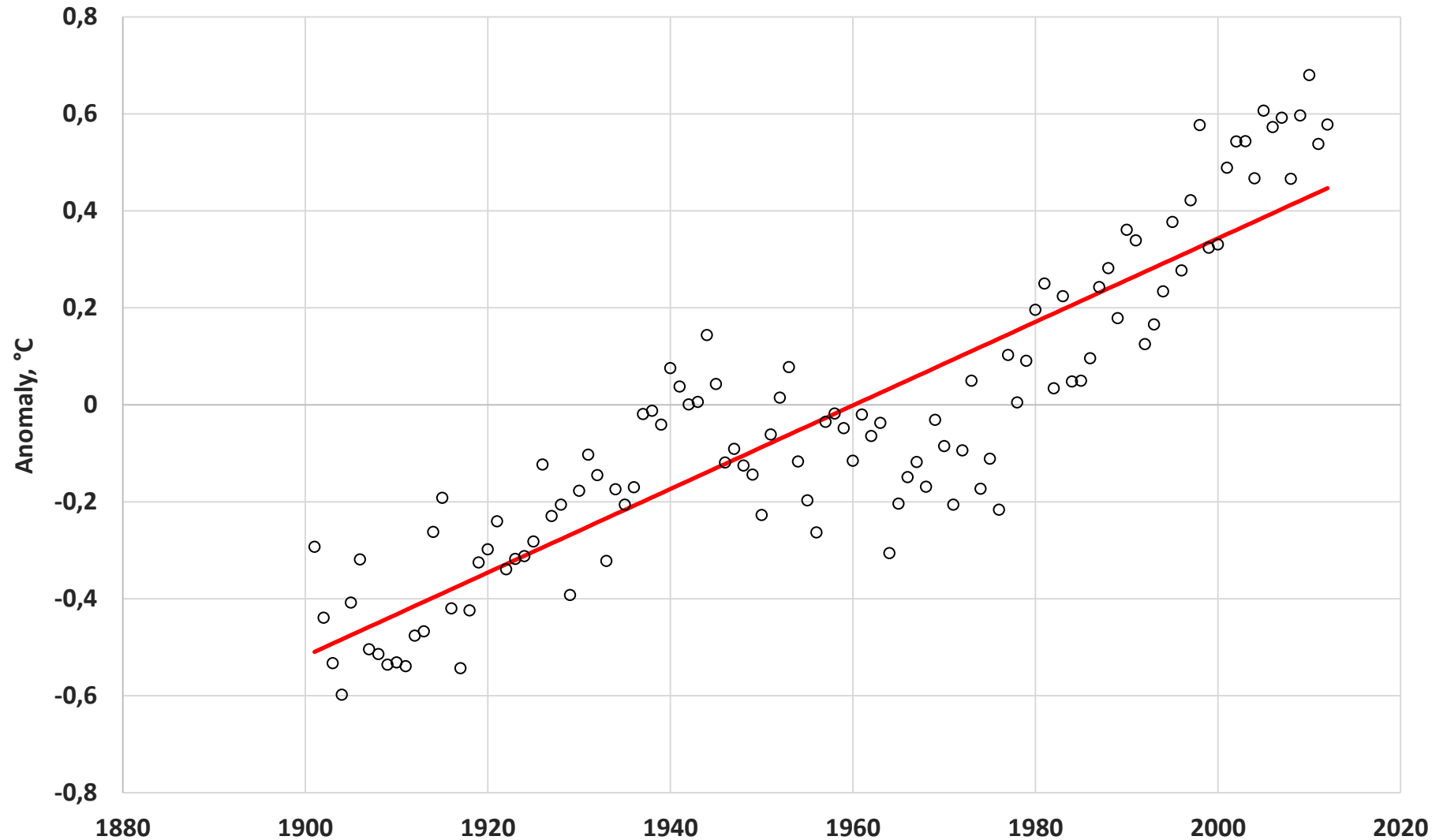
Пример: применение этого подхода в анализе временных рядов среднеглобальной среднегодовой температуры в приповерхностном слое и среднеглобальной годовой суммы осадков.

Оценка неопределенности.

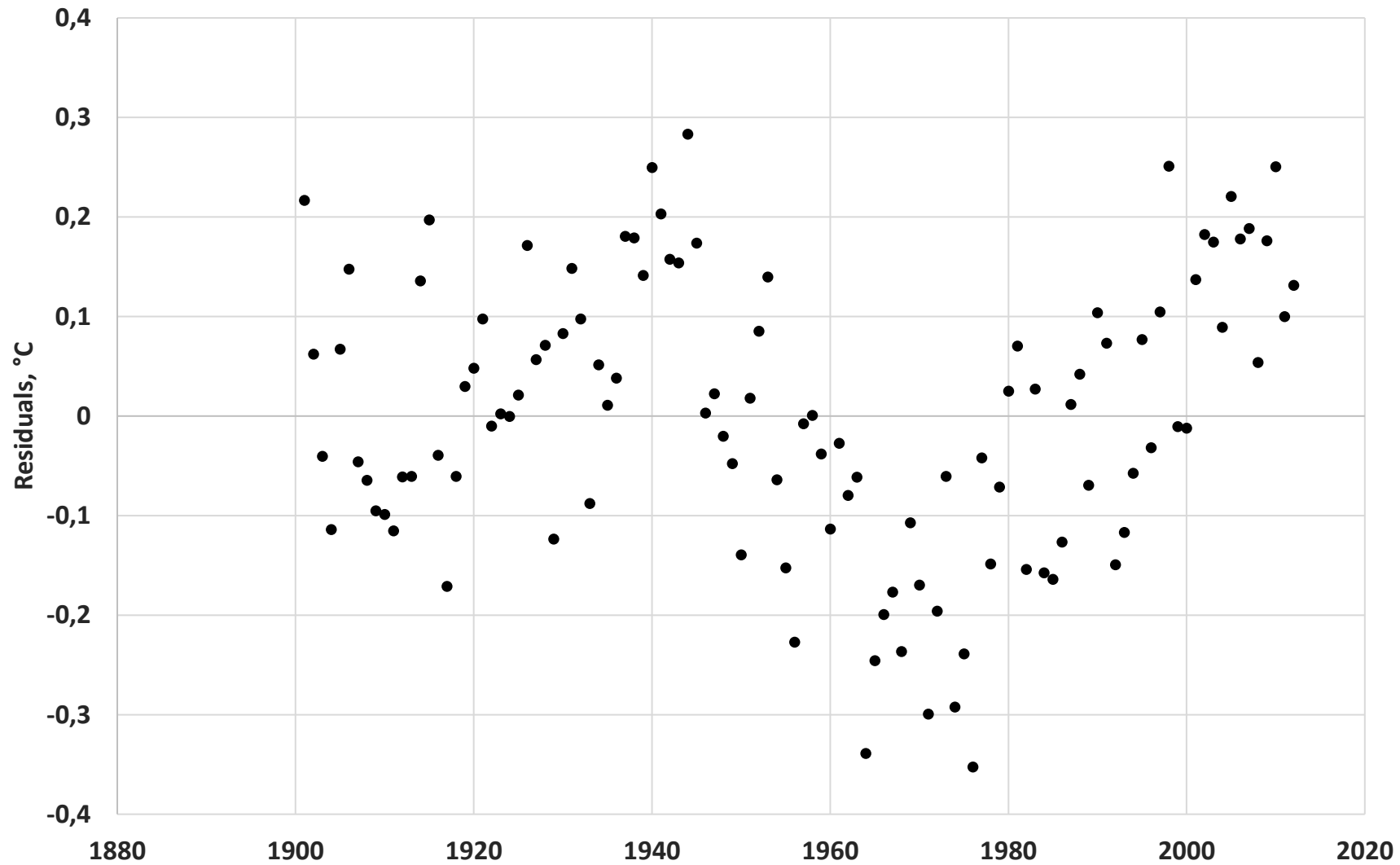
GISS 1901-2012



Изменение температуры земной поверхности за период 1901–2012 гг., определенное с помощью линейного тренда для массива данных GISTEMP (Goddard Institute for Space Studies Surface Temperature Analysis). Черные знаки плюс (+) указывают на ячейки сетки, где тренды являются значимыми (т.е. тренд, равный нулю, находится за пределами 90% доверительного интервала). Источник (Stocker et al., 2013, p.39)



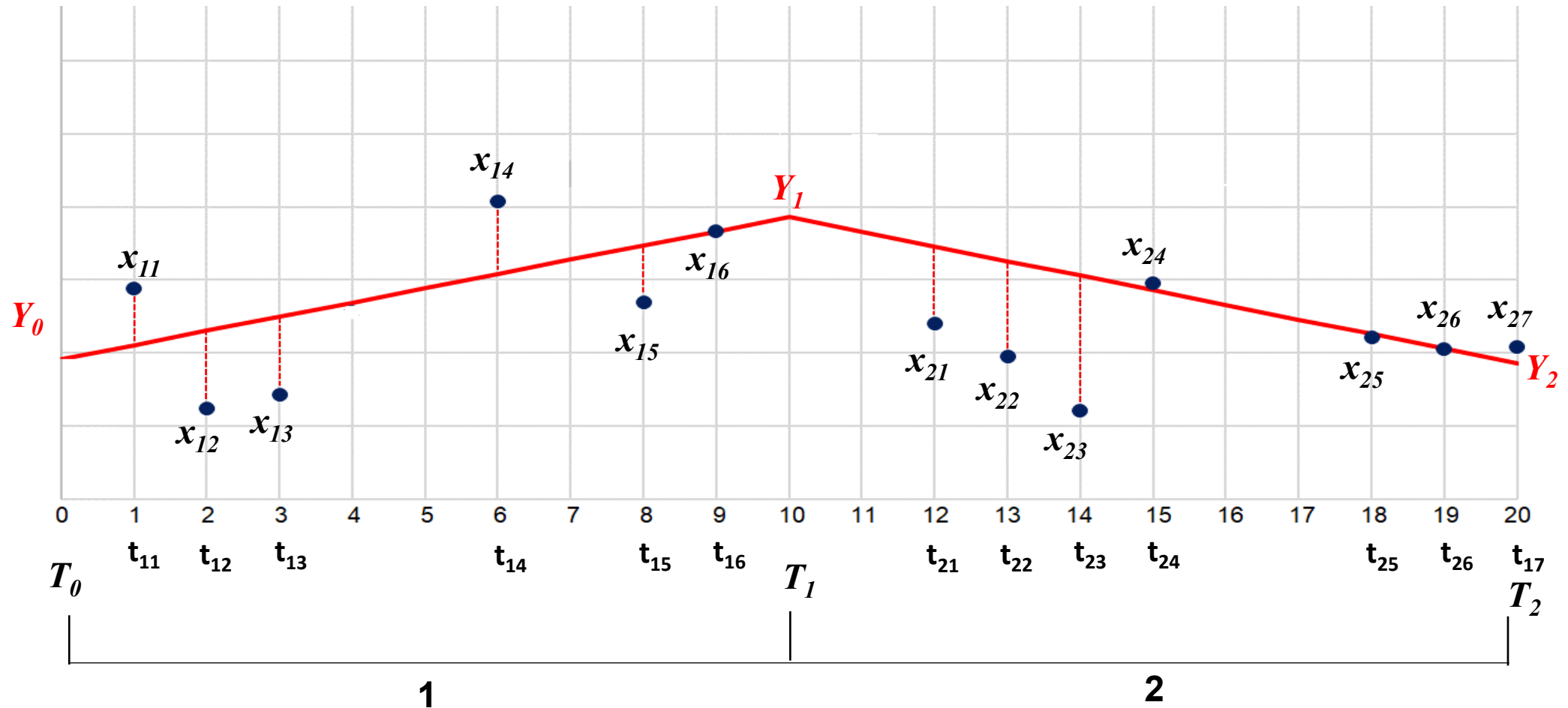
Аномалии (относительно нормы 1961–1990 гг.) среднеглобальной среднегодовой температуры в приповерхностном слое в 1901–2012 гг. (данные массива HadCRUT5 Analysis version 5.0.2.0; Morice et al., 2021) и линия тренда $y = -16.89 + 0.0086x$.



Остатки после вычитания значений, предписанных линейной регрессионной зависимостью от времени.

Простейший пример использования непрерывной кусочно-линейной функции

Пусть у нас есть $N = 2$ отрезка времени (дискретная переменная) по 10 моментов времени. Для 1-го отрезка нам известны значения переменной для $M(1) = 6$ моментов времени, а для 2-го отрезка – для $M(2) = 7$. Обозначим $T_0 = 0$, $T_1 = 10$ и $T_2 = 20$.

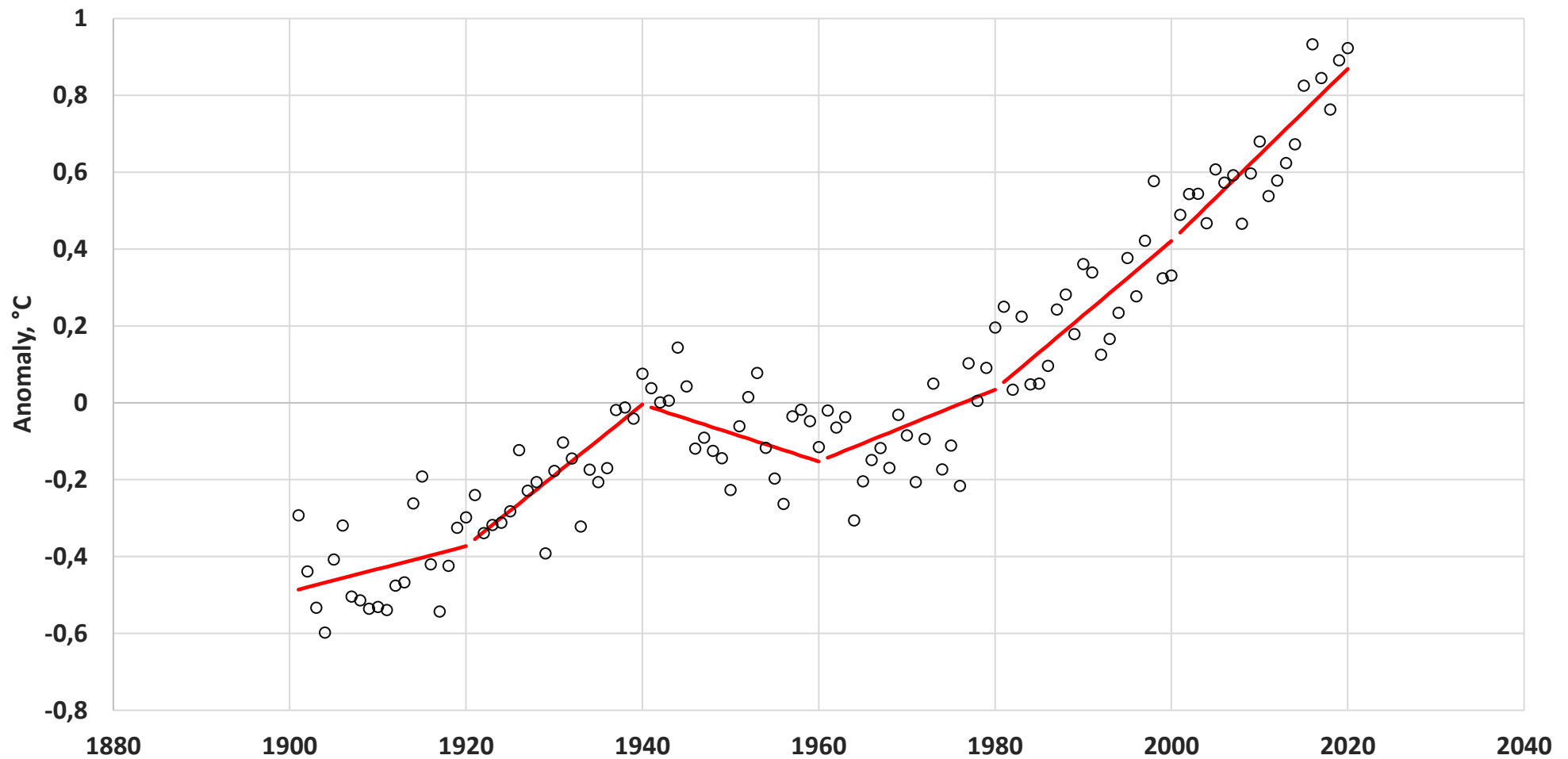


Если построить по значениям Y_0 , Y_1 и Y_2 функцию, линейную на каждом из двух рассматриваемых отрезков, то сумма квадратов отклонений данных $\{x_{nm}\}$, соответствующих моментам времени $\{t_{nm}\}$, от значений построенной функции в эти же моменты времени есть

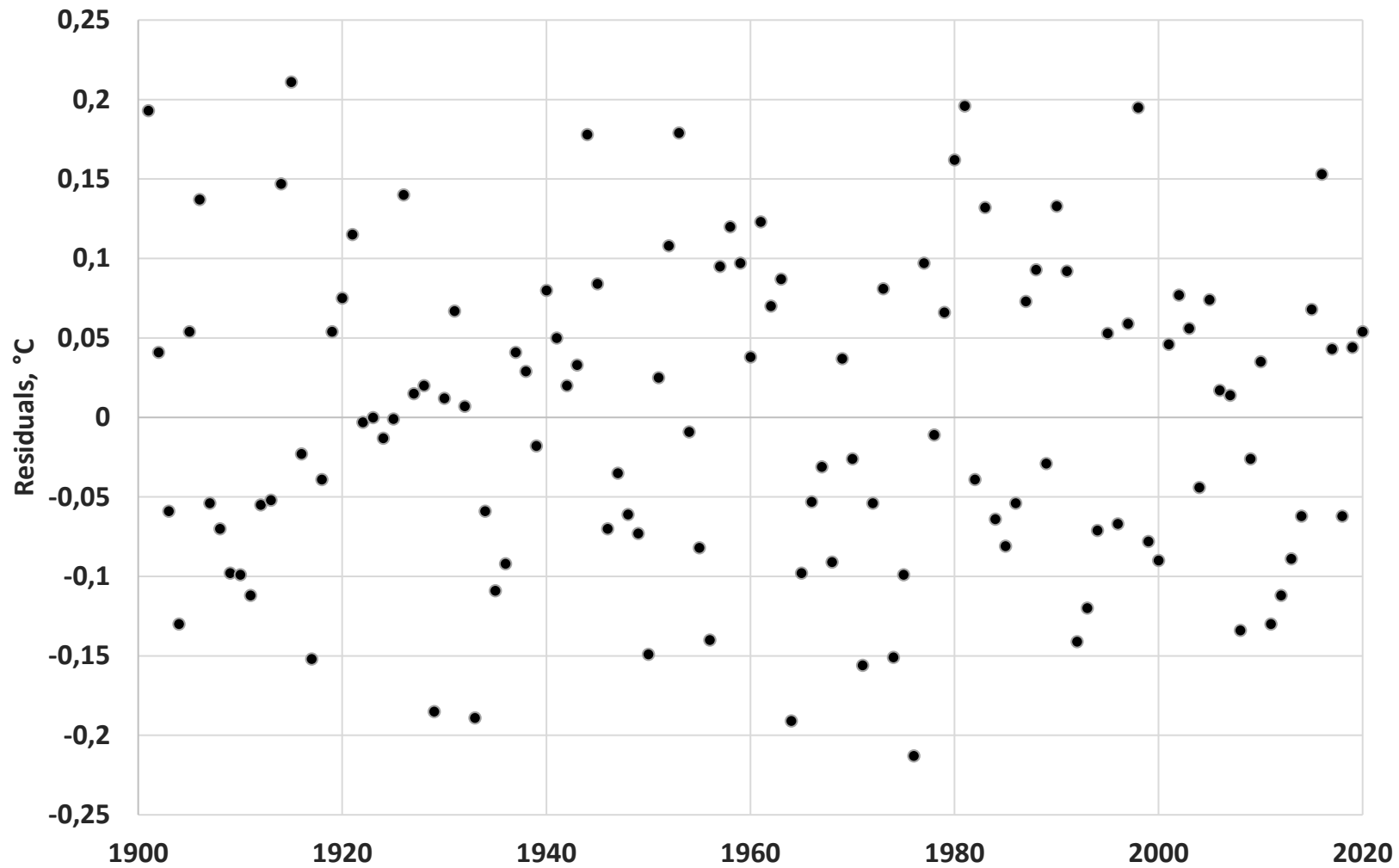
$$F = \sum_{n=1}^2 \sum_{m=1}^{M(n)} \left(\frac{Y_{n-1}(T_n - t_{nm}) + Y_n(t_{nm} - T_{n-1})}{10} - x_{nm} \right)^2$$

Первый член в скобках есть результат линейной интерполяции для момента времени t_{nm} с использованием значений в паре точек (T_0, Y_0) и (T_1, Y_1) при $n = 1$ и в паре точек (T_1, Y_1) и (T_2, Y_2) при $n = 2$, а второй член – данное x_{nm} , соответствующее моменту времени t_{nm} .

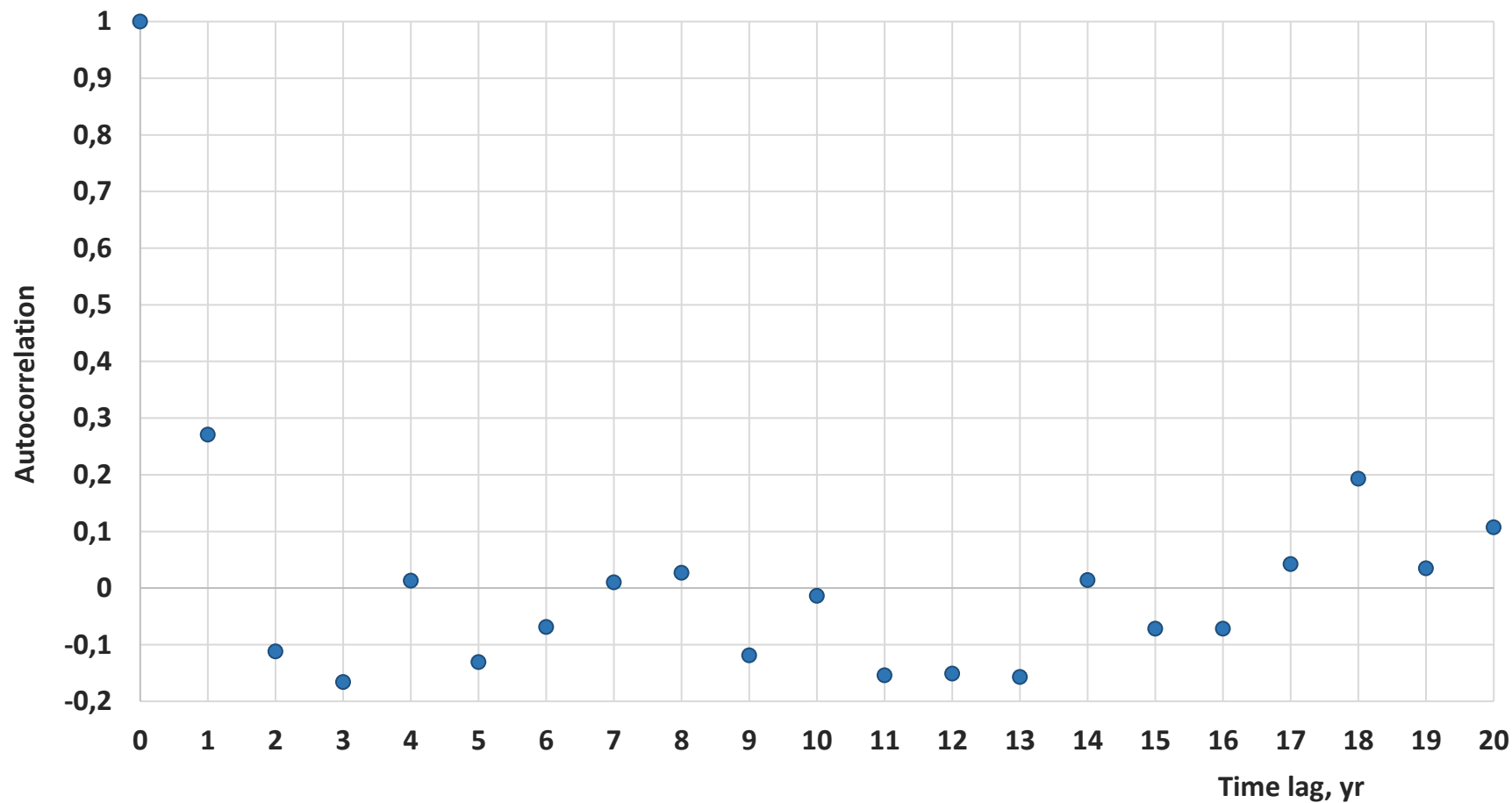
Для нахождения минимума этой невязки F надо частные производные по Y_0 , Y_1 и Y_2 приравнять к 0 и решить возникающую систему из 3 линейных уравнений с тремя неизвестными Y_0 , Y_1 и Y_2 . Более детально, для общего случая ($N > 2$) алгоритм приведен в публикации (Семенов, Кутузова, 2025).



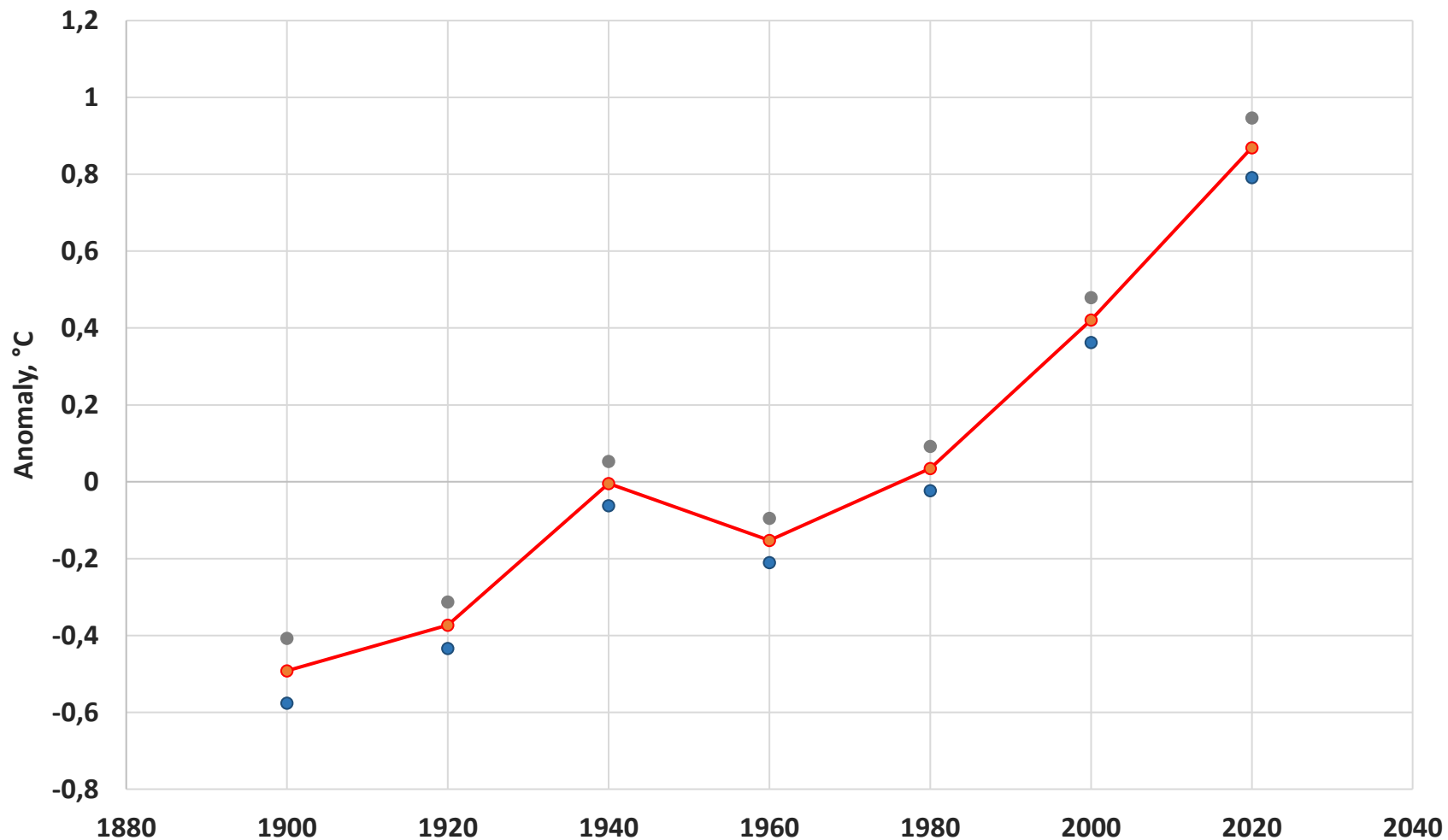
Наилучшее приближение данных о среднеглобальной среднегодовой температуре (данные массива HadCRUT5 Analysis version 5.0.2.0, (Morice et al., 2021)) непрерывной функцией, линейной на последовательных двадцатилетних периодах времени 1900–1920 гг., 1920–1940 гг., ..., 2000–2020 гг.



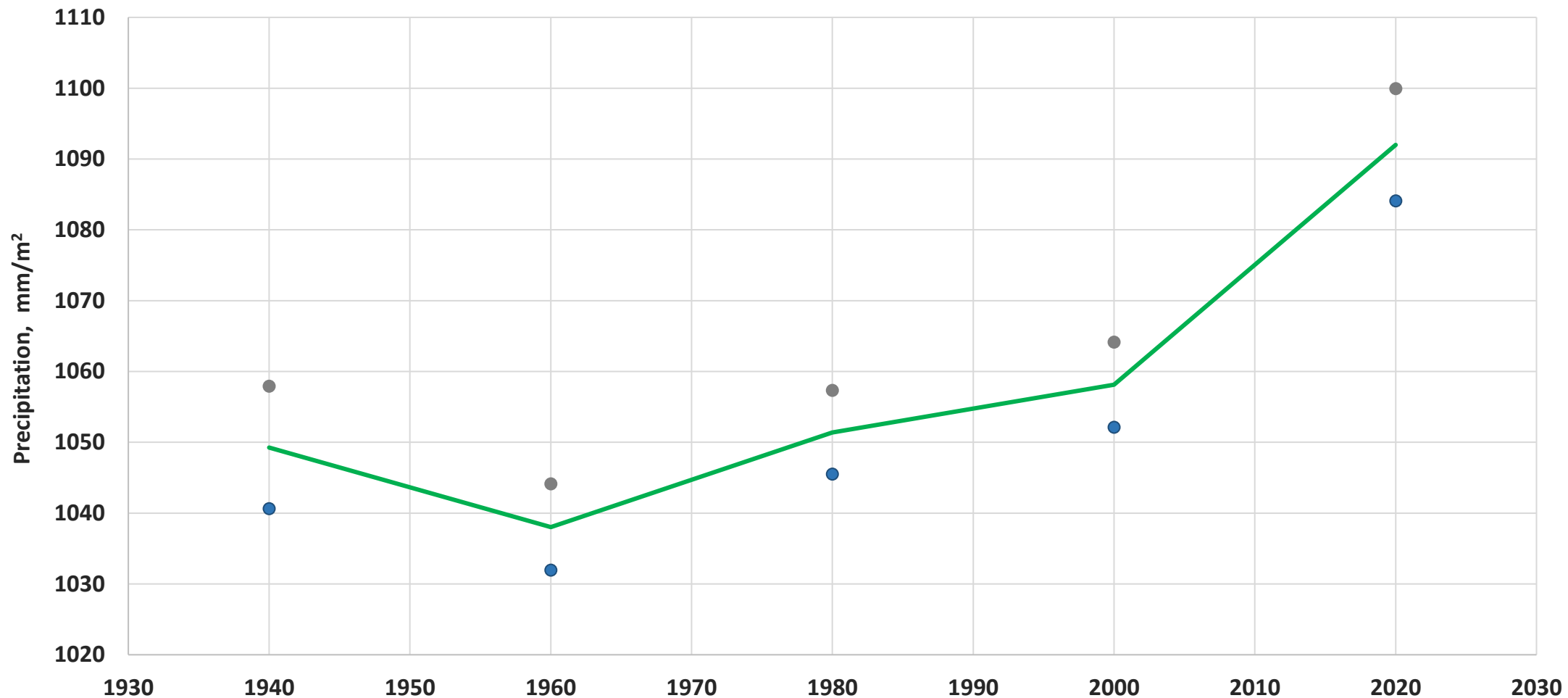
Остатки после вычитания значений, предписанных непрерывной кусочно-линейной регрессионной зависимостью от времени.



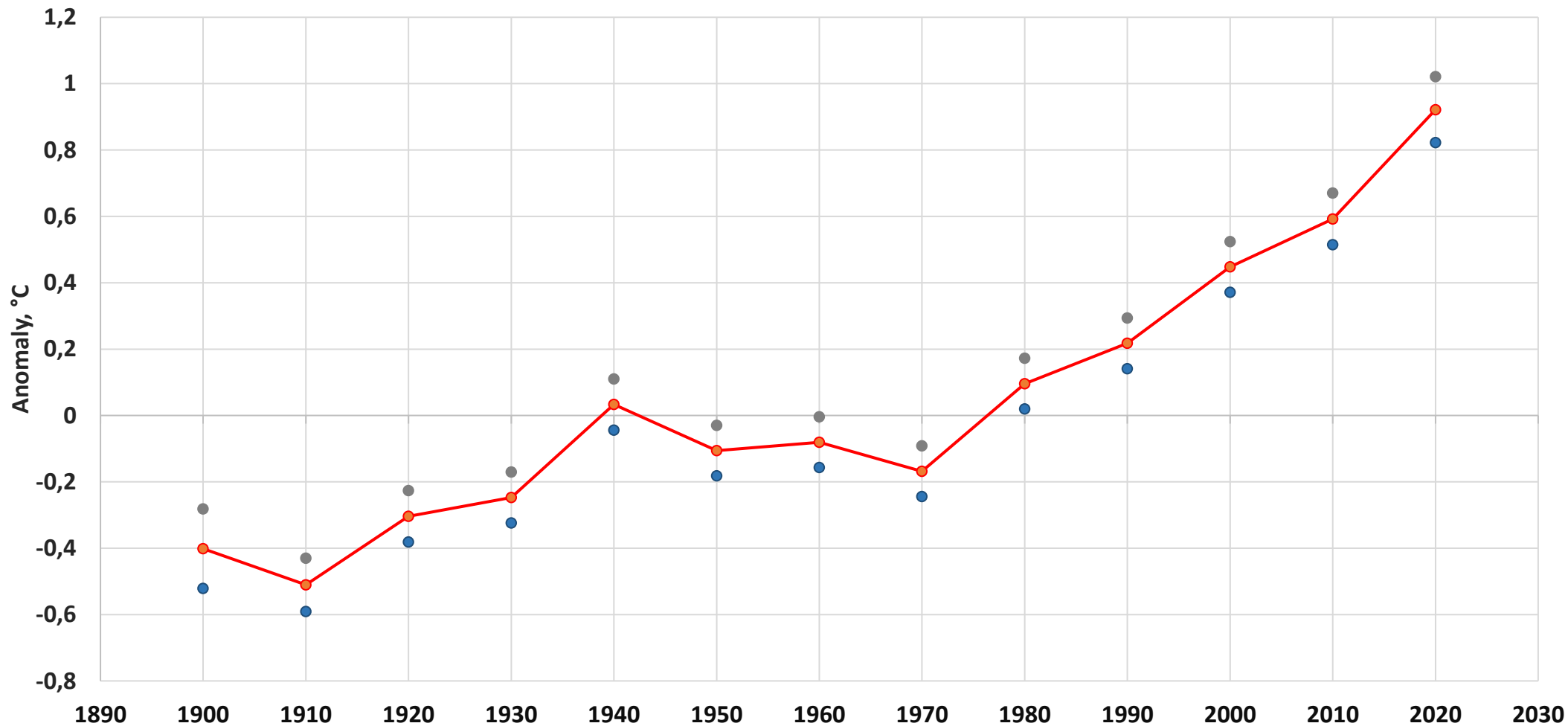
Автокорреляционная функция остатков после вычитания из данных значений, предписанных построенной непрерывной кусочно-линейной регрессионной зависимостью от времени.



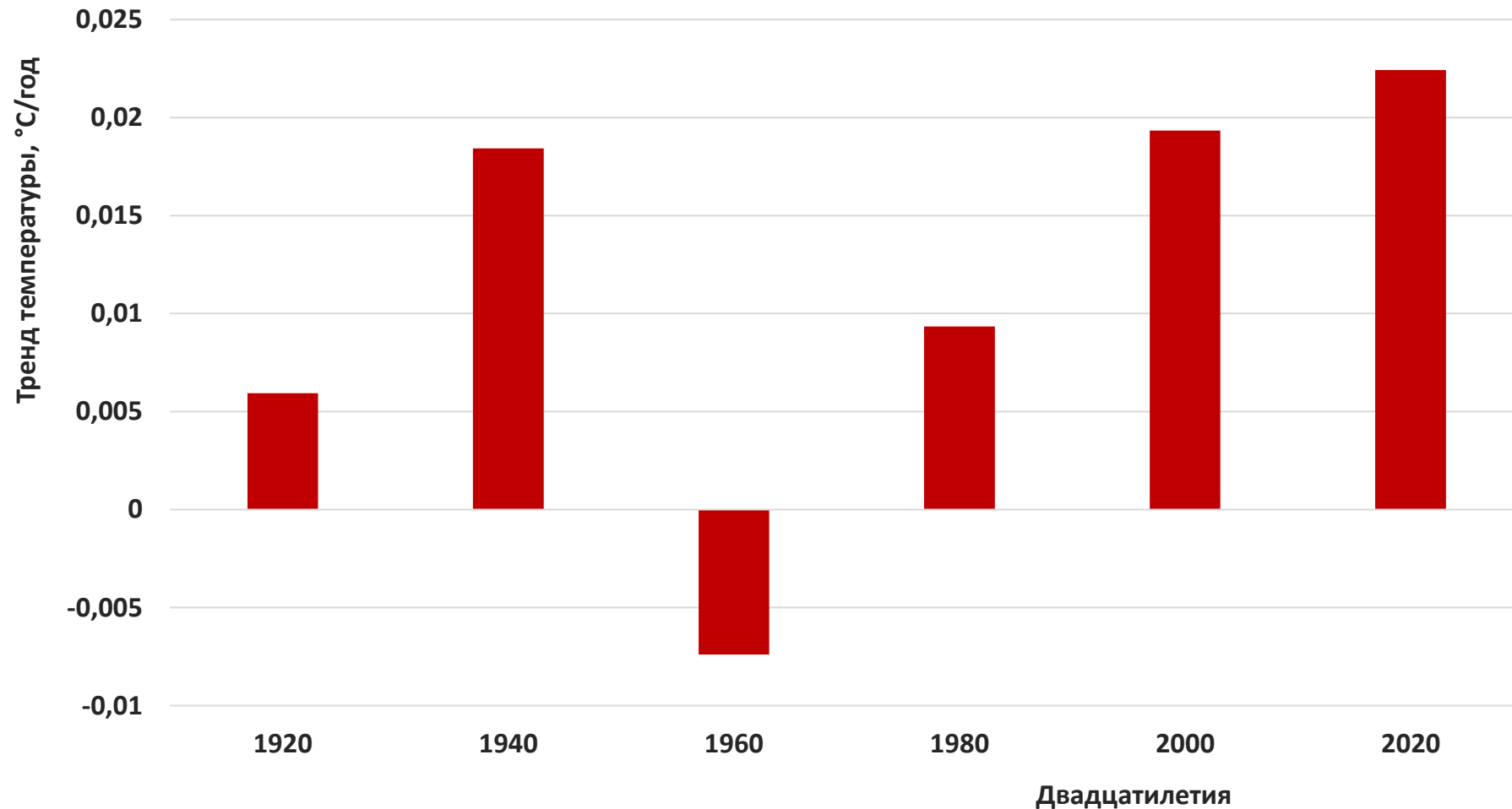
Линия тренда среднеглобальной среднегодовой температуры в приповерхностном слое (данные массива HadCRUT5 Analysis version 5.0.2.0, (Morice et al., 2021)), представленная непрерывной функцией времени, линейной на последовательных двадцатилетних периодах времени 1900–1920 гг., 1920–1940 гг., ..., 2000–2020 гг. ; указаны также границы двусторонних 95%-х двусторонних доверительных интервалов.



Линия тренда среднеглобальной годовой суммы осадков (мм/м²), данные реанализ ERA5, (Copernicus Climate Change Service (2023)), представленная непрерывной функцией времени, линейной на последовательных двадцатилетних периодах времени 1940–1960 гг., 1960–1980 гг., ..., 2000–2020 гг. ; указаны также границы двусторонних 95%-х доверительных интервалов.



Линия тренда среднеглобальной среднегодовой температуры в приповерхностном слое (данные массива HadCRUT5 Analysis version 5.0.2.0, (Morice et al., 2021)), представленная непрерывной функцией времени, линейной на последовательных десятилетних периодах времени 1900–1910 гг., 1910–1920 гг., ..., 2010–2020 гг. ; указаны также границы двусторонних 95%-х доверительных интервалов.



Значения скорости изменения среднеглобальной среднегодовой температуры (°С/год) в приповерхностном слое (данные массива HadCRUT5 Analysis version 5.0.2.0) для последовательных двадцатилетних периодов времени 1900–1920 гг., 1920–1940 гг., ..., 2000–2020 гг. ; двадцатилетия маркированы своим последним годом.

Заключительные замечания

Изменения параметров климата с доиндустриального времени существенно нелинейны.

Поэтому использование линейной зависимости от времени для оценки трендов этих параметров на протяжении многих десятилетий с привлечением представления о статистической независимости отклонений проблематично.

. Возможной альтернативой может служить использование для оценки трендов непрерывных кусочно-линейных функций времени

Алгоритм разработан и реализован в виде программы для ПК. Он позволяет для заданной совокупности последовательных отрезков времени методом наименьших квадратов находить непрерывную функцию, линейную на каждом из таких отрезков. Указываются значения в крайних точках отрезков и доверительные интервалы для них.

Продемонстрировано применение этого алгоритма в анализе временных рядов среднеглобальной среднегодовой температуры в приповерхностном слое (данные массива HadCRUT5 Analysis version 5.0.2.0, (Morice et al., 2021)) и среднеглобальной годовой суммы осадков (данные реанализа ERA5, (Copernicus Climate Change Service (2023))).

Цитированная литература

Семенов, С.М., Кутузова К.М. (2025) Использование аппроксимации кусочно-линейными функциями в эмпирическом анализе изменений и изменчивости рядов климатических данных, *Фундаментальная и прикладная климатология*, т. 11, № 3, с. 439-451, doi:10.21513/2410-8758-2025-3-439-451.

Copernicus Climate Change Service (2023): ERA5 monthly averaged data on pressure levels from 1940 to present. Copernicus Climate Change Service (C3S) Climate Data Store (CDS).

DOI: [10.24381/cds.6860a573](https://doi.org/10.24381/cds.6860a573) (Accessed on 02-12-2025)

Morice, C.P., Kennedy, J.J., Rayner, N.A., Winn, J.P., Hogan, E., Killick, R.E., Dunn, R.J.H., Osborn, T.J., Jones, P.D., and Simpson, I.R., 2021: An updated assessment of near-surface temperature change from 1850: the HadCRUT5 dataset. *Journal of Geophysical Research* 126, e2019JD032361, [doi:10.1029/2019JD032361](https://doi.org/10.1029/2019JD032361)

Stocker, T.F., D. Qin, G.-K. Plattner, L.V. Alexander, S.K. Allen, N.L. Bindoff, F.-M. Bréon, J.A. Church, U. Cubasch, S. Emori, P. Forster, P. Friedlingstein, N. Gillett, J.M. Gregory, D.L. Hartmann, E. Jansen, B. Kirtman, R. Knutti, K. Krishna Kumar, P. Lemke, J. Marotzke, V. Masson-Delmotte, G.A. Meehl, I.I. Mokhov, S. Piao, V. Ramaswamy, D. Randall, M. Rhein, M. Rojas, C. Sabine, D. Shindell, L.D. Talley, D.G. Vaughan and S.-P. Xie, 2013: Technical Summary. In: *Climate Change 2013: The Physical Science Basis. Contribution of Working Group I to the Fifth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change* [Stocker, T.F., D. Qin, G.-K. Plattner, M. Tignor, S.K. Allen, J. Boschung, A. Nauels, Y. Xia, V. Bex and P.M. Midgley (eds.)]. Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom and New York, NY, USA.

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ

