

## МАЛОРАЗМЕРНАЯ МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ КЛИМАТ – РАСТИТЕЛЬНОСТЬ ДЛЯ СЕВЕРНОЙ ЧАСТИ ПРИКАСПИЙСКОЙ НИЗМЕННОСТИ

*М.Д. Корзухин* <sup>1)</sup>\*, *А.Н. Золотокрылин* <sup>2)</sup>

<sup>1)</sup> Институт глобального климата и экологии Росгидромета и РАН,  
Россия, 107258, г. Москва, ул. Глебовская, 20Б; \**mdkorz@gmail.com*

<sup>2)</sup> Институт географии РАН,  
Россия, 109017, г. Москва, Старомонетный пер., 29

**Реферат.** Эффект возникновения резкой границы между степью и пустыней в северной части Прикаспийской низменности описан количественно путем применения простой модели. Основной переменной модели является покрытие растительностью. Экологический механизм, ответственный за эффект – положительная обратная связь [покрытие растительностью - осадки], опосредованная влажностью почвы и альбедо подстилающей поверхности при увеличении покрытия растительностью. В модели используются следующие климатические переменные: температура, испаряемость, испарение, дефицит влажности воздуха, а также полевая влагоемкость и влажность завядания. В пространстве этих факторов и параметров найдена область, в которой в модели реализуется так называемый "триггерный эффект". С его помощью можно объяснить возникновение упомянутой выше резкой границы через существование двух устойчивых положений равновесия с большим и низким покрытием растительностью. При этом значения почти всех факторов и параметров находятся в пределах диапазонов, реально наблюдаемых на рассматриваемой территории.

**Ключевые слова.** Экотон, триггерный эффект, климатические факторы, количественная модель.

## A LOW-DIMENSIONAL MODEL OF CLIMATE – VEGETATION SYSTEM OF THE NORTHERN PART OF CASPIAN DEPRESSION

*M.D. Korzukhin* <sup>1)</sup>\*, *A.N. Zolotokrylin* <sup>2)</sup>

<sup>1)</sup> Institute of Global Climate and Ecology, Roshydromet, Russian Academy of Sciences,  
20B, Glebovskaya str., 107258, Moscow, Russia; \**mdkorz@gmail.com*

<sup>2)</sup> Institute of Geography, Russian Academy of Sciences,  
29, Staromonetny lane, 109017, Moscow, Russia

**Abstract.** A reduced complexity low-dimensional model is developed to quantitatively describe the emergence of sharp boundary between steppe and desert in the northern part of Caspian Depression. Density of vegetation cover is the main

variable of the model. Positive feedback between vegetation cover and amount of precipitation serves as an ecological driver of the effect. It works through soil moisture increase and albedo decline under increasing vegetation cover. The following climatic variables are employed in the model: temperature, potential evaporation, evaporation, water pressure deficit, as well as water retention capacity and wilting point. The parameter space thus defined contains a domain in which the model predicts the so called 'trigger effect'. The effect helps explain the emergence of the abovementioned sharp boundary through existence of two stable steady states, with high vegetation density and low vegetation density. The model values of all factors and parameters occurred within ranges actually observed over the territory.

**Keywords.** Ecotone, trigger effect, climatic factors, numerical model.

### Объект исследования

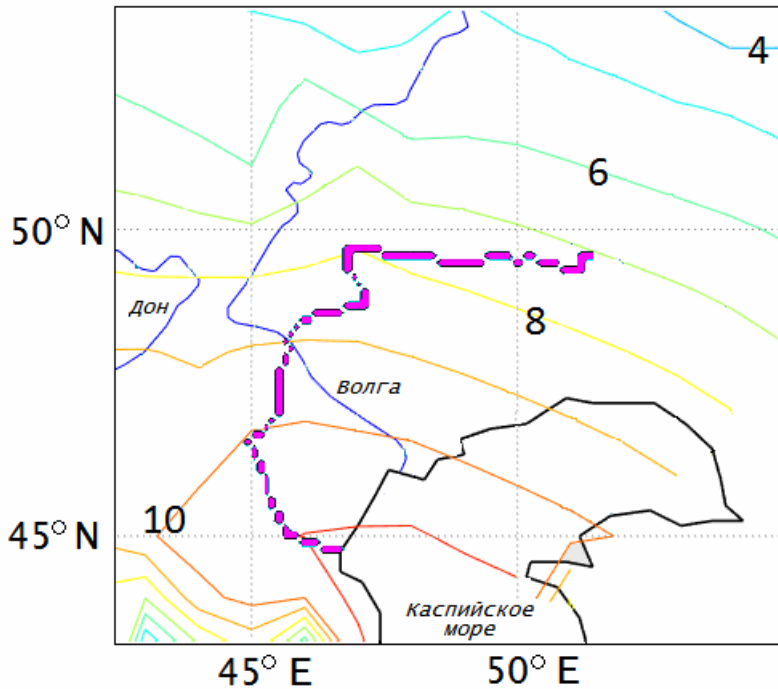
Нас будет интересовать поиск потенциальных неустойчивостей в системе климат-растительность на примере переходной зоны между степной и пустынной растительностью в северной части Прикаспийской низменности (Золотокрылин и Титкова, 2011).

В природе наблюдается несколько типов резких реакций составляющих климатической системы на медленные изменения параметров, которые принято объяснять т.н. «триггерным» эффектом: в системе имеется несколько устойчивых состояний, переход между которыми происходит скачком при достижении параметром системы некоторого критического значения (подробнее см. Усольцев, 2007, раздел "3.1.4. Экотон как триггерная система"; Свирижев, 1987). В математических терминах явление соответствует бифуркациям в динамической системе, а в современной естественнонаучной литературе называется «tipping-point» behavior (русскоязычного аналога не предложено).

Среди распространенных примеров назовем обледенение Земли при превышении критического значения альbedo, опустынивание Сахары при уменьшении осадков меньше критических, поведение границы лес-альпийский луг. Все эти ситуации обратимы только при возврате параметров к значениям, заметно большим/меньшим критических. В исследуемом нами случае эффект состоит в существовании резкой границы степь-пустыня (рис. 1). Если не предполагать существования скрытого экологического фактора, резкий градиент которого объяснил бы возникновение границы, то возможным объяснением будет такое взаимодействие растительности и атмосферы, которое обеспечит существование двух устойчивых состояний растительности (степь и пустыня) при плавном изменении температуры воздуха или осадков.

В литературе описан ряд физических механизмов, которые могут быть ответственны за появление триггерного эффекта в системе атмосфера-растительность; они суммированы, например, в (Janssen et al., 2008; Patricola, Cook, 2008). Один из них – увеличение влажности почвы и уменьшение альbedo ( $A$ ) подстилающей поверхности при наличии растительности; для нашего объекта  $A_{steppe} \sim 0.16-0.19$ ,  $A_{desert} \sim 0.25-0.38$  (цит. по Patricola, Cook, 2008). Падение альbedo ведет к увеличению осадков и тем самым к само-поддержанию расти-

тельности (Brovkin et al., 1998: «The difference in albedo between the desert and vegetation cover appears to be the main parameter that controls an existence of multiple stable states»). Положительная обратная связь растительность-осадки неоднократно отмечалась в литературе (Charney et al., 1977; Claussen, 1997; Betts et al., 1997; Betts, 2000; Ведюшкин и др., 1995; Zeng et al, 2002; Золотокрылин, 2003; Золотокрылин, Титкова, 2011; Zolotokrylin, Titkova, 2011; см. также альбедный механизм опустынивания в Otterman, 1974).



**Рисунок 1.** Современное расположение границы степь-пустыня ( — ) на фоне изолиний среднегодовых температур (средние значения за 1991-2000 гг., данные ВНИИГМИ-МЦД)

В последние 10-20 лет описано заметное число подобных ситуаций, и не только для полусухих местообитаний. Они исследуются построением моделей двух типов – детальными физическими (механистическими, имитационными), и малоразмерными (могут быть качественными или количественными). Наше построение принадлежит к последнему типу и типично для модельной литературы в этой области (Berenguer, 2013; Brovkin et al., 1998; Claussen, 1997, 1998; Claussen et al., 1998; Dekker et al., 2007; Janssen et al., 2008; Moorcroft, 2003; Nes et al., 2014; Zeng and Neelin, 2000; Zeng et al., 2002; Zeng et al., 2004).

План дальнейшего изложения таков. Сначала мы построим точечную физическую модель, могущую описать возникновение в нашей системе триггерного эффекта. Затем будет показано, что существуют реалистические значения натуральных данных, при которых этот эффект возникает в модели. Последний шаг будет состоять в пространственной привязке модели к переходной зоне степь-пустыня.

## Выбор точечной модели

Brovkin et al. (1998) предложили модель «триггерного эффекта» для растительности суши; модель формализует обратную связь, согласно которой растительность изменяет альbedo подстилающей поверхности, меняет муссонную циркуляцию и, как следствие, величину осадков. Модель описывает динамику растительности посредством одной переменной – нормированной на 1 покрытием территории растительностью,  $V$ , и имеет вид:

$$dV / dt = f(V) - V; \quad (1)$$

единицей времени считается один год; здесь  $f$  - скорость роста растительности (нормирована на 1), зависящая от действующего экологического фактора – осадков  $P$ , мм год<sup>-1</sup>;  $f$  берется в виде эмпирической зависимости:

$$f(V) = \frac{a(P(V) - P_{crit})^{alpha}}{\left[1 + a (P(V) - P_{crit})^{alpha}\right]} \text{ при } P(V) \geq P_{crit}; \text{ иначе } f = 0 \quad (2)$$

слагаемое  $-V$  описывает отмирание растительности;  $a$ ,  $alpha$ ,  $P_{crit}$  – числовые параметры. Вид эмпирической функции  $P(V)$  был найден в (Brovkin et al., 1998) обработкой результатов расчетов по большой климатической модели, примененной к территории Сахары:

$$P(V) = Pd + b \times V; \quad (3)$$

где  $P_d$ , мм год<sup>-1</sup>, равна величине осадков над пустыней (базовый уровень),  $b$ , мм год<sup>-1</sup> – параметр, описывающий степень зависимости образования осадков от покрытия растительностью.

Ни для авторов исходной модели, ни для авторов предлагаемой работы описание собственно динамики растительности не существенно, интересны лишь стационарные состояния системы и их зависимость от параметров.

Серьезный недостаток модели (1) состоит в невозможности осуществления прогноза поведения системы при изменении климата, которое выражается прежде всего в изменении температуры воздуха, отсутствующей в модели. Неясно даже, как делать прогноз при изменении величины осадков – они зависят от величины  $V$  и не могут быть изменены как внешний параметр (кроме их фоновой части  $P_d$ ).

Мы модифицировали исходную модель (1) следующим образом. Действующим экологическим фактором была выбрана влажность почвы  $W$ , мм, опосредующая действие осадков. Выбор  $W$  позволяет сделать описание гораздо более физичным, в частности, естественным образом возникает температура  $T$ , °C (что позволяет надеяться на осуществление прогноза поведения системы при изменениях климата). Таким образом, исходная причинно-следственная цепочка

$$P \rightarrow V \rightarrow P \quad (4)$$

была детализирована введением действующего экологического фактора – влажности почвы  $W$ , которая опосредует действие осадков через уменьшение альбедо  $A$  (показано в скобках, т.к. не входит в модель явным образом):

$$P \rightarrow W \rightarrow V \rightarrow (A) \rightarrow P. \quad (5)$$

Модель имеет вид:

$$\begin{aligned} dV / dt &= f(W) - V; \\ dW / dt &= P(V) - E(W, T). \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь в дополнение к уже введенным величинам появляется испарение  $E$ , мм год<sup>-1</sup>. По аналогии с исходной моделью (1)  $f$  берется в виде такой же эмпирической зависимости, но уже от влажности почвы:

$$f(V) = \frac{a(W - W_{wilt})^{alpha}}{\left[1 + a(W - W_{wilt})^{alpha}\right]}, \text{ при } W \geq W_{wilt}, \text{ иначе } f = 0, \quad (7)$$

где  $W_{wilt}$  – влажность завядания, мм.

Функция испарения  $E(W, T)$  сравнительно хорошо изучена и в экологических моделях, оперирующих почвенным слоем как целым, обычно имеет вид:

$$E(W, T) = E_0(T) \times W / W_{fc} \quad \text{при } W < W_{fc}, \text{ иначе } E = E_0; \quad (8)$$

Здесь  $E_0(T)$ , мм год<sup>-1</sup> – максимально возможное испарение с открытой поверхности («испаряемость»),  $W_{fc}$ , мм – полевая влагемкость (*field capacity*). Окончательно уравнения (1) принимают вид:

$$\begin{aligned} dV / dt &= f(W) - V; \\ dW / dt &= P_d + b \times V - E_0(T) \times W / W_{fc}. \end{aligned} \quad (9)$$

При наличии растительности испарение должно включать в себя транспирацию, но имея в виду слабое покрытие растениями в полупустынных условиях, решено было ограничиться физическим испарением. Среди физических моделей, вычисляющих  $E_0(T)$ , удобной является модель Дальтона (приводим в упрощенной форме, использованной в наших расчетах; полное описание см., например, в Корзухин и др., 2011):

$$E_0(T, e_{air}) = \rho_{air}(T) \times J \times G(e_{sat}(T) - e_{air}) / P_{atm} \quad (10)$$

где  $\rho_{air} = 1.204 \text{ кг м}^{-3}$  – плотность воздуха,  $G = 400 \text{ м день}^{-1}$  – проводимость водяного пара в воздухе,  $J = 365.25$  – число дней в году,  $e_{sat}(T)$ , гПа – давление насыщенного водяного пара (табличная функция),  $e_{air}$ , гПа – наблюдаемое

давление водяного пара,  $P_{atm}$ , гПа – атмосферное давление. Удобно также ввести величину дефицита влажности воздуха, гПа:

$$D = e_{sat}(T) - e_{air}. \quad (11)$$

По существу решаемой задачи (поиск множественных состояний равновесия системы), нас интересуют стационарные состояния системы (9). Они находятся подстановкой равновесного значения влажности почвы (получается из  $dW/dt = 0$ , что дает, в частности, равенство испарения осадкам,  $E = P$ ):

$$W(V) = (P_d + b \times V) W_{fc} / E_0(T), \text{ при } W < W_{fc}, \text{ иначе } W = W_{fc} \quad (12)$$

в первое уравнение в (9), которое сводится к

$$f(V) - V = 0. \quad (13)$$

Расчеты показывают, что уже при не резко растущей функции  $f(V)$  (начиная с  $\alpha \geq 2$ ) уравнение (13) может иметь три корня –

$$V_1, V_2, V_3. \quad (14)$$

Введем величину  $V_{min}$  как значение  $V$ , при котором  $W = W_{wilt}$ ; очевидно, что  $V_{min}$  находится как корень уравнения (12) при  $W = W_{wilt}$ :

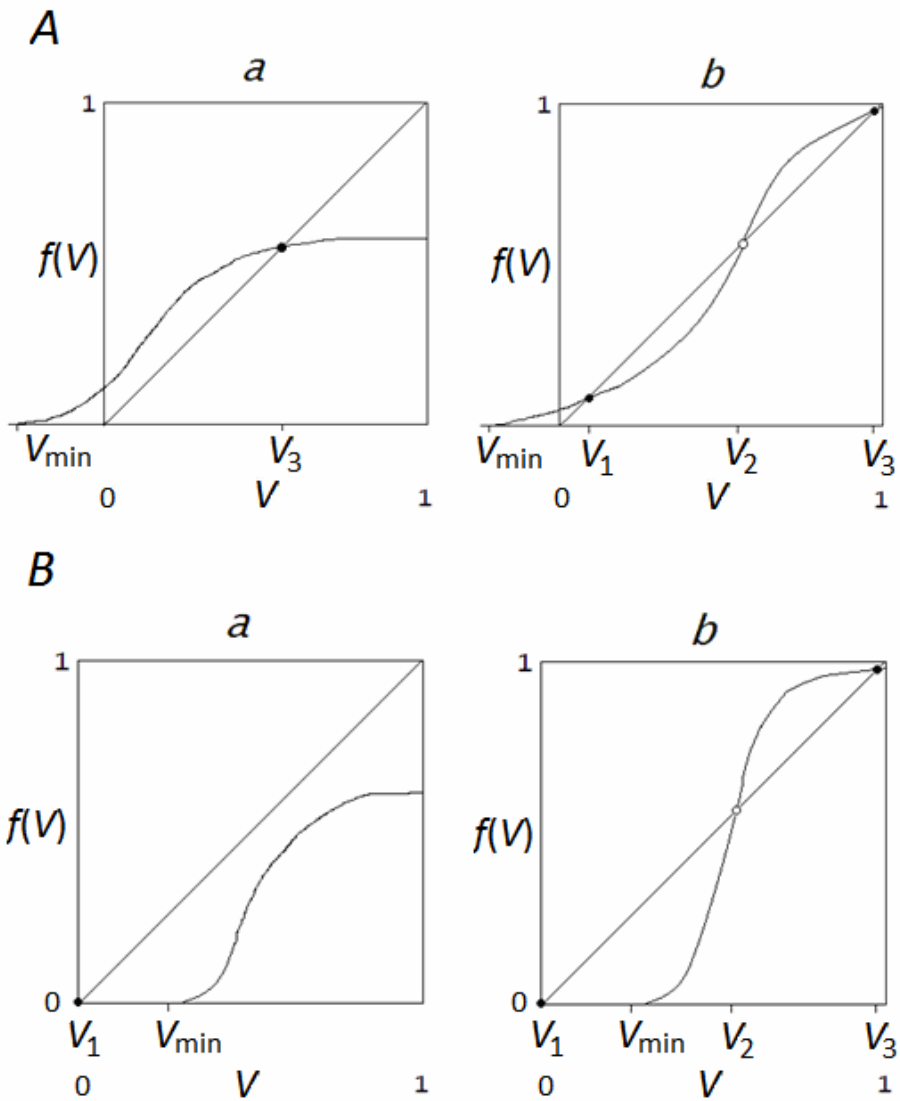
$$V_{min} = (W_{min} \times E_0 / W_{fc} - P_d) / b. \quad (15)$$

Естественно различаются случаи  $V_{min} < 0$  и  $V_{min} \geq 0$ . В последнем случае при  $V < V_{min}$  (что соответствует  $W < W_{wilt}$ ), согласно определению (7) функции  $f$ ,  $f(V) = 0$ , что дает  $V_1 = 0$ . Все возможные варианты числа корней и их устойчивости приведены на рис. 2.

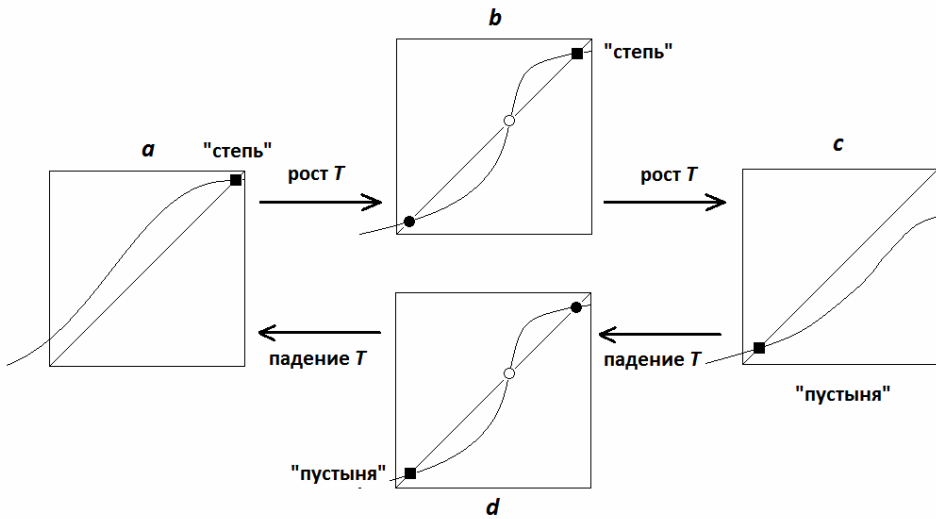
Динамическая "развертка" рис. 2А, поясняющая возникновение триггерного поведения, изображена на рис. 3. Поскольку  $dV_{min}/dT > 0$ , для простоты взят случай, когда всегда  $V_{min} < 0$  (рис. 2А); смена знака  $V_{min}$  картины принципиально не меняет.

Интерпретация равновесий  $V_1, V_2, V_3$  вытекает из решаемой задачи:  $V_1$  соответствует состоянию «пустыня»,  $V_2$  – «граница степь-пустыня»,  $V_3$  – «степь».

Заметим, что модели присуще одно неустранимое физическое противоречие: она оперирует годичным шагом по времени и (средне)годовыми значениями климатических переменных; в то же время их действующие значения приурочены к сезону вегетации, который составляет примерно 1/4-1/3 часть года. По этой причине оценки, например, влажности почвы следует считать некоторыми «эффективными» годовыми значениями. Более корректное физическое описание объекта потребовало бы рассмотрения внутри-годовой динамики всех переменных, что технически и «информационно» сложно, а с методической точки зрения стоит предпринимать после испытания модели с годовым шагом.



**Рисунок 2.** Варианты зависимости функции  $f(V)$  (7) при  $W(V)$ , даваемой формулой (12):  
 A – случай  $V_{min} < 0$ , B –  $V_{min} \geq 0$ . Пересечение функции  $f(V)$  с диагональю (решение уравнения (13)) дает одно (a) или три (b) равновесия уравнения (13). «Триггерному» эффекту соответствует случаи (Ab, Bb). (●) – устойчивое, (○) – неустойчивое равновесие.



**Рисунок 3.** Исходное состояние равновесия

"steпь" ■ (a); при росте  $T$  возникает (b) устойчивое равновесие "пустыня"; но система попрежнему находится в состоянии "steпь" ■; когда неустойчивое равновесие  $\circ$  сливается с ■, система скачком переходит в устойчивое равновесие "пустыня" ■ (c). При обратном изменении  $T$  система из устойчивого равновесия "пустыня" ■ (d) скачком переходит в устойчивое равновесие "steпь" ■ (a)

### Данные наблюдений

Приводим сводку данных для переменных, участвующих в модели (табл. 1). Приближенные значения ( $\sim$ ) взяты с карт для области примерно [47-49°N, 50-60°E].

**Таблица 1.** Наблюдаемые значения климатических, почвенных и прочих переменных, свойственные переходной зоне степь-пустыня

Переменная/ параметр	Значение	Период наблюдения	Источник
$W_{wilt}$ , мм	115		Братсерг (1985)
$W_{fc}$ , мм	270-340		Братсерг (1985)
$T$ , °C	7.3	Год	метеоданные ВНИИГМИ
$e_{air}$ , гПа	$\sim 6-7$	Год	метеоданные ВНИИГМИ
$D$ , гПа	$\sim 4-7$	Год	метеоданные ВНИИГМИ
$e_{sat} (= D + e_{air})$ , гПа	$\sim 10-14$	Год	метеоданные ВНИИГМИ
$P_{margo}$ , мм год <sup>-1</sup>	292	Год	метеоданные ВНИИГМИ
$P_{steppe}$ , мм год <sup>-1</sup>	$\sim 400-500$	Год	север степной зоны (метеоданные ВНИИГМИ)
$P_{desert}$ , мм год <sup>-1</sup>	$\sim 150-200$	Год	пустынная зона (метеоданные ВНИИГМИ)



Переменная/ параметр	Значение	Период наблюдения	Источник
$E_0$ , мм год <sup>-1</sup>	913*	Год	Золотокрылин, Титкова, неопубл.
$W$ , мм	~ 144	макс. в вег. сезон	Золотокрылин, Титкова, неопубл.
$V_{steppe}$	0.71	вег. сезон	Золотокрылин, Титкова, неопубл.
$V_{steppe-desert}$	0.43	вег. сезон	Золотокрылин, Титкова, неопубл.
$V_{desert}$	0.29	вег. сезон	Золотокрылин, Титкова, неопубл.
Другие источники			
$W_{wilt}$ , мм	~ 50	Год	Vinnikov and Yeserkepova, 1991
$W_{wilt}$ , мм	~ 160	Год	база данных N0 (Гусев и Насонова, 2010)
$W_{fc}$ , мм	~ 150		Vinnikov and Yeserkepova, 1991
$W_{fc}$ , мм	~ 360		база данных N0 (Гусев и Насонова, 2010)
$W$ , мм	~ 50	Год	Корзухин, неопубл.

**Примечание.** По видимому, к этому значению ближе всего оценка FAO, 2000.

### Привязка точечной модели к натурным данным

Только два параметра –  $a$ ,  $alpha$  являются полностью свободными (ввиду своего регрессионного статуса). Два других имеют физический смысл: оценку  $P_d$  естественно взять из таблицы 1 как  $P_{desert}$  а  $b$  – согласно (Brovkin et al., 1998),

$$360 \leq b \leq 590, \text{ мм год}^{-1}. \quad (16)$$

Для двух оставшихся параметров,  $W_{wilt}$ ,  $W_{fc}$  – есть оценки, полученные из прямых наблюдений. Производные величины  $P$ ,  $E_0$ ,  $D$ ,  $W$  находятся по формулам (3), (10), (11), (12), а  $V_k$  – как корень уравнения (13); для всех них тоже есть эмпирические оценки (табл. 1).

Была принята следующая схема привязки модели к эмпирическим данным. Все экологические факторы модели  $\Pi$ , независимые (первая группа) и производные (вторая группа)

$$\Pi = [(T, e_{air}, W_{wilt}, W_{fc}), (P, E_0, D, W, V_k)] \quad (17)$$

должны разумно согласовываться с наблюдаемыми для изучаемой территории; с этой точки зрения все факторы равноправны. Предприняв прогон по независимым факторам в пределах экспертно заданных интервалов их значений,  $\Delta P_k$ , с одновременным поиском существования трех равновесий в уравнении (9), мы, в случае удачи, найдем то ненулевое подмножество значений  $P_k$ , на котором осуществляется искомое «триггерное» поведение системы.

Сказанное представляет собой задачу согласования разнородных данных, неформальную ввиду а) экспертно задаваемых интервалов  $\Delta P_k$  и неизвестных

весов каждого фактора в общей так или иначе задаваемой функции точности описания, и б) заметных разбросов в самих эмпирических данных.

Счет проводился путем прогона по независимым параметрам и климатическим переменным

$$\varphi = (T, e_{\text{air}}, W_{\text{wilt}}, W_{\text{fc}}, P_d, b, a); \quad (18)$$

$\alpha$  было фиксировано как  $\alpha = 2$ ; прогон проводился для каждой величины независимо (т.е. по 7-мерному параллелепипеду). Мы исходили из того, что температура и суммарные показатели, относящиеся к осадкам, измеряются точнее показателей, касающихся влажности воздуха и почвы. Исходя из этого, выборка "реалистических" значений проводилась наложением условий

$$150 \leq P_d \leq 200, 274 \leq P_{\text{tot}2} \leq 310, 400 \leq P_{\text{tot}3} \leq 500, \\ T = 7.3, 900 \leq E_0 \leq 926, \quad (19)$$

где

$$P_{\text{tot}2} = P(V_2) = P_d + b \times V_2, P_{\text{tot}3} = P(V_3) = P_d + b \times V_3; \quad (20)$$

интервал для  $P_{\text{tot}2}$  был задан экспертно как  $292 \pm 18$ , а для  $E_0$  – как  $913 \pm 13$ . Вводились также естественные физические ограничения

$$W_{\text{wilt}} \leq W_{\text{fc}}, W \geq W_{\text{wilt}}, \quad (21)$$

где  $W$  находилось по формуле (12). Поиск корней  $V_1, V_2, V_3$  кубического уравнения (13) и  $V_{\text{min}}$  осуществлялся прогоном по  $V$ .

Итоговые интервалы всех величин даны в табл. 2, где обозначено  $W_k = W_{\text{fc}} \times P(V_k) / E_0$ ,  $k = 1, 2, 3$  – эффективная среднегодовая влажность почвы.

**Таблица 2.** Результаты подгонки базовой модели (9) (интервалы расчетных величин min, max) и референсные значения эмпирических величин из таблицы 3 (ref)

Переменная/параметр	min	max	ref
$P_d, \text{ мм год}^{-1}$	160	200	150-200
$b, \text{ мм год}^{-1}$	320	520	360-590
$a$	0.00014	0.00030	
$\alpha$	2	2	
$W_{\text{wilt}}, \text{ мм}$	40	70	<b>115</b>
$W_{\text{fc}}, \text{ мм}$	220	340	270-340
$T, \text{ }^\circ\text{C}$	7.3	7.3	7.3
$e_{\text{air}}, \text{ гПа}$	4.9	5.0	<b>67</b>
$D, \text{ гПа}$	5.2	5.3	47
$e_{\text{sat}}, \text{ гПа}$	10.1	10.3	10-14
$P_{\text{tot}1}, \text{ мм год}^{-1}$	160.3	252	150-200
$P_{\text{tot}2}, \text{ мм год}^{-1}$	274	310	292

Переменная/параметр	min	max	ref
$P_{tot3}$ , мм год <sup>-1</sup>	400	500	400-500
$E_0$ , мм год <sup>-1</sup>	907	925	913
$W_1$ , мм	38	94	
$W_2$ , мм	68	115	<b>50</b> (вег.), 144 (год)
$W_3$ , мм	104	186	
$V_1$	0.001	0.102	
$V_2$	0.155	0.373	~ 0.3 (вег.)
$V_3$	0.487	0.792	~ 0.7 (вег.)

**Примечание.** Полужирным шрифтом выделены значения ref, находящиеся вне интервалов [min, max]. Для удобства сравнения повторены эмпирические оценки соответствующих величин из табл. 1.

Несколько выборочных примеров расчетных значений переменных и параметров приведены в табл. 3 (напомним, что величина осадков  $P_{tot2}$  соответствует граничному значению покрытия растительностью  $V_2$ ).

**Таблица 3.** Примеры индивидуальных комбинаций переменных и параметров модели (9)

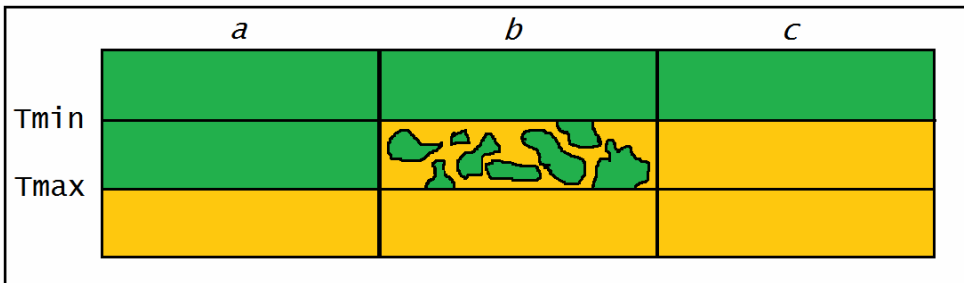
Переменная/параметр	Пример1	Пример2	Пример3	Пример4	ref
$P_d$ , мм год <sup>-1</sup>	180	180	200	200	150-200
$b$ , мм год <sup>-1</sup>	400	400	320	440	360-590
$a$	0.00025	0.00030	0.00029	0.00028	
$Alpha$	2	2	2	2	
$W_{wilt}$ , мм	70	40	70	40	<b>115</b>
$W_{fc}$ , мм	340	240	340	220	270-340
$T$ , °C	7.3	7.3	7.3	7.3	7.3
$e_{air}$ , гПа	4.9	4.9	4.9	5.0	<b>6-7</b>
$D$ , гПа	5.3	5.3	5.3	5.2	4-7
$e_{sat}$ , гПа	10.2	10.2	10.2	10.2	10-14
$P_{tot1}$ , мм год <sup>-1</sup>	180	190	202	223	150-200
$P_{tot2}$ , мм год <sup>-1</sup>	310	298	291	290	292
$P_{tot3}$ , мм год <sup>-1</sup>	470	400	408	457	400-500
$E_0$ , мм год <sup>-1</sup>	925	925	925	907	913
$W_1$ , мм	66	49	74	54	
$W_2$ , мм	114	77	107	70	<b>50</b> (год), 144 (вег.)
$W_3$ , мм	173	104	150	111	
$V_1$	0.0	0.026	0.005	0.053	
$V_2$	0.324	0.296	0.286	0.204	~ 0.3 (вег.)
$V_3$	0.726	0.550	0.650	0.584	~ 0.7 (вег.)

Сравнение результатов с натурными оценками показывает их весьма приемлемое «полуколичественное» соответствие. Как видим, модель успешно воспроизводит большинство наблюдаемых (ref) величин: осадки  $P_{\text{tot1-3}}$ , испаряемость  $E_0$ , полевую влагоемкость  $W_{fc}$ , насыщающую влажность воздуха  $e_{\text{sat}}$  и это при заданной температуре  $T$  и найденном в Brovkin et al. (1998) значении параметра  $b$  (16). Две расчетные величины ( $W_{\text{wilt}}, e_{\text{air}}$ ) выходят за пределы наблюдений; референсное значение  $W_2 = 50$  мм является расчетным и нуждается в проверке.

### Пространственная привязка точечной модели

Реальная граница «степь–пустыня», естественно, не является строгой линией, но имеет характерную толщину порядка, по видимому, сотни километров (оценка зависит еще от принятого определения «границы»); внутри этой зоны (экотона) покрытие растительностью фрагментарно. Исследование механизмов образования этой фрагментарности выходит за пределы возможностей точечной модели. Тем не менее, «распределив» модель по градиенту температуры ( $e_{\text{air}}$  для простоты фиксировано), можно оценить размер переходной зоны между степью и пустыней. Для этого следует выбрать некоторую индивидуальную комбинацию параметров и сделать прогон по температуре от заведомо «холодных» значений до заведомо «жарких». Интервал по  $T$ , в пределах которого модель покажет существование трех равновесий, и даст северную  $T = T_{\text{min}}$  и южную  $T = T_{\text{max}}$  изолинии  $T$ , между которыми возможно триггерное поведение; расстояние между этими изолиниями даст оценку ширины экотона.

Варианты строения переходной зоны с точки зрения модели схематически показаны на рис. 4. Пусть параметры модели соответствуют случаям рис. 2 *Ab* или рис. 2 *Bb*. Тогда при начальных условиях  $V(0) > V_2$  в каждой точке (области) переходной зоны система придет в устойчивое состояние  $V = V_3$  ("степь" - рис. 4 *a*); при  $V(0) < V_2$  - в состояние  $V = V_1$  ("пустыня" - рис. 4 *c*). При гетерогенности территории и произвольных начальных условиях реализуется мозаичная картина (рис. 4 *b*).

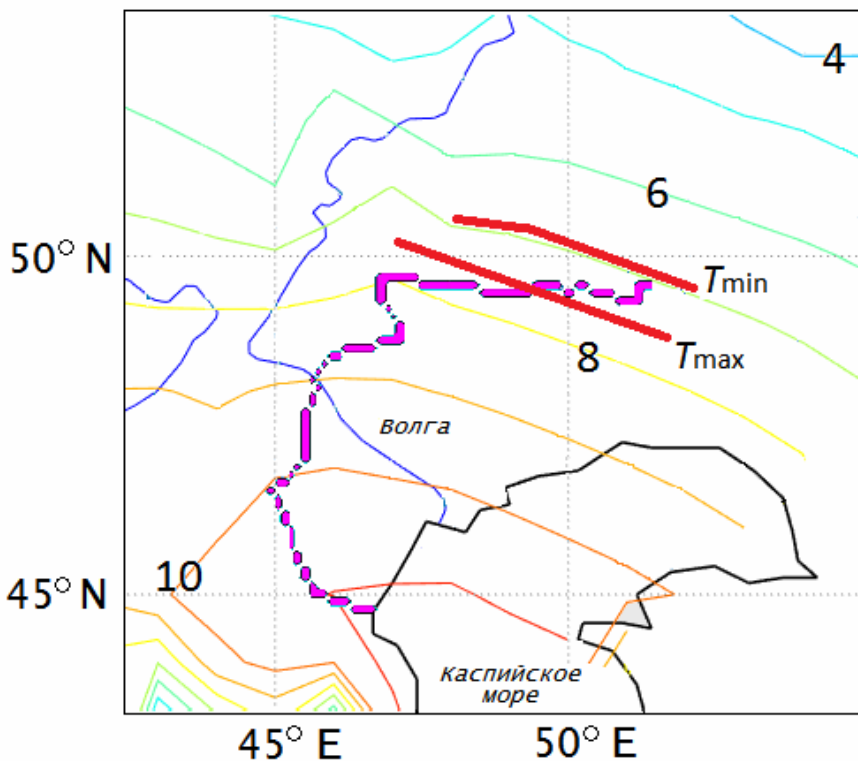


**Рисунок 4.** Строение переходной зоны при различных начальных условиях (подробности см. в тексте)

Для построения границ возможной переходной зоны возьмем, например, Пример3 таблицы 3. Прогон по  $T$  дает следующий интервал существования трех равновесий:

$$6.91\text{ }^{\circ}\text{C} < T_{\text{trigg}} < 7.51\text{ }^{\circ}\text{C}, \quad \delta T_{\text{trigg}} = 0.6\text{ }^{\circ}\text{C}. \quad (22)$$

Полученные изолинии проведены на рис. 5 и располагаются на расстоянии примерно 100 км друг от друга. Оценка температурной ширины зоны зависит, конечно, от выбранных значений параметров (табл. 3) и может меняться, как показывают расчеты, в пределах  $\delta T_{\text{trigg}} \sim 0.3\text{--}1.2\text{ }^{\circ}\text{C}$ ; уточнение оценки возможно только при уточнении значений параметров. Однако интервал выглядит реалистично (не сотые градуса и не несколько градусов), что говорит о разумности модели.

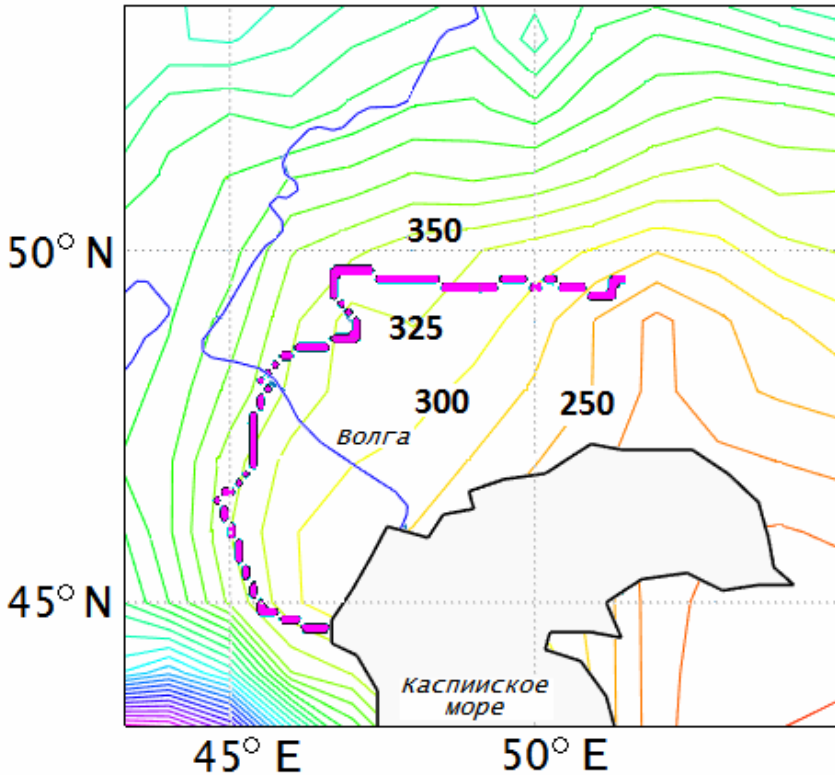


**Рисунок 5.** Расчетные изолинии температуры ( $T_{\text{min}} = 6.91\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $T_{\text{max}} = 7.51\text{ }^{\circ}\text{C}$ ), внутри которых можно ожидать «триггерного» поведения растительности с двумя устойчивыми состояниями. Севернее  $T_{\text{min}}$  реализуется только состояние «степь», южнее  $T_{\text{max}}$  – только «пустыня»

Прогноз поведения системы при изменении температуры фактически уже содержится в предыдущем результате. Пусть базовая изолиния  $T = T_{\text{basic}} = 7.3\text{ }^{\circ}\text{C}$  сместилась по причине изменения климата; поскольку модель не привязана к географическим координатам, проведенные изолинии  $T_{\text{min}}$ ,  $T_{\text{max}}$  по прежнему покажут зону возможного «триггерного» поведения системы вокруг  $T_{\text{basic}}$ .

**Обсуждение**

1. Расположение изолиний температуры (рис. 1) и осадков (рис. 6) севернее и западнее Каспийского моря плюс границы степь-пустыня наводит на следующие соображения относительно границ применимости предложенной модели. Граница явно подразделяется на два отрезка: на западном, идущем с юга на север, она идет приблизительно по изолиниям осадков (вокруг  $P \sim 300-350$  мм год<sup>-1</sup>) и по градиенту температуры; на северном, идущем с запада на восток, она идет приблизительно по изолиниям температуры ( $T \sim 6-8$  °C) и по градиенту осадков. Ясно, что точечная модель, оперирующая или температурой, или осадками как входными экологическими факторами, описать такую границу не может. Модель Бровкина с соавт. (Brovkin et al., 1998) описывает границу на первом отрезке, наша модель – на втором. Естественно предположить, что возникновение границы на каждом отрезке объясняется разными экологическими механизмами, это оправдало бы применение двух моделей (или разработку обобщающей модели).



**Рисунок 6.** Современное расположение границы степь-пустыня ( — ) на фоне изолиний годовых осадков, мм год<sup>-1</sup> (средние значения за 1991-2000 гг., данные ВНИИГМИ-МЦД)

2. В модели имеется по существу только один полностью свободный параметр -  $a$ , и его значение специфично для нашего региона; все остальные параметры основаны на наблюдениях.

3. По нашему мнению, заслуживающим внимания результатом работы является весьма удовлетворительное согласование физических параметров (метеорологических и подстилающей поверхности) в рамках модели. А priori можно было ожидать, что для получения триггерного эффекта на изучаемой территории потребуются малореалистические значения каких-либо параметров; этого не произошло. Принимая во внимание большое число различных переменных и параметров модели подлежавших согласованию, соответствие можно назвать вполне удовлетворительным (табл. 2). Более того, это разумное согласование было получено при наложении весьма жесткого условия - существования трех положений равновесия в весьма упрощенной модели объекта. Заметим также, что параметр модели Бровкина  $b$ , интегрально описывающий зависимость  $P(V)$  (3), который был определен для реальной и близкой к нашей физической системы, также оказался в указанных пределах ((16) и табл. 2, 3). Проведенная процедура - фактически один из вариантов реанализа данных.

### Благодарности

Авторы благодарны Т.Б. Титковой за помощь в подготовке рисунков работы.

### Список литературы

Братсерт У.Ч. 1985. Испарение в атмосферу. Теория, история, приложения. – Л., Гидрометеиздат, 352 с.

Ведюшкин М.А., Колосов П.А., Минин А.А., Хлебопрос Р.Г. 1995. Климат и растительность суши: взгляд с позиций явления гистерезиса. – Лесоведение, № 1, с. 3-14.

Гусев, Е.М., Насонова О.Н. 2010. Моделирование тепло- и влагообмена поверхности суши с атмосферой. - М.: Наука. - 327 с.

Золотокрылин А.Н. 2003. Климатическое опустынивание /Отв. ред. Кренке А.Н. – М., Наука, 246 с.

Золотокрылин А.Н., Т.Б. Титкова. 2011. Новый подход к мониторингу очагов опустынивания. – Аридные Экосистемы, т. 17, № 3, с. 14-22.

Корзухин М.Д., П.А. Колосов, С.М. Семёнов. 2011. Опыт применения модели Дальтона к оценке испаряемости на территории России и соседних стран по данным долговременных наблюдений. – Метеорология и гидрология, № 12, с. 17-28.

Свирижев Ю.М. 1987. Нелинейные волны, диссипативные структуры и катастрофы в экологии. – М., Наука, Гл. ред. физ-мат. лит., 368 с.

Усольцев В.А. 2007. Биологическая продуктивность лесов Северной Евразии: методы, база данных и ее приложения. – Екатеринбург, УрО РАН, 636 с.

Berenguer J.S. 2013. A simple bistable model for reforestation in semi-arid zones, or how to turn a wasteland into a forest. – Ecological Modelling, vol. 256, pp. 58-67.

---

- Betts R.A. 2000. Offset of the potential carbon sink from boreal forestation by decreases in surface albedo. – *Nature*, vol. 408, pp. 187-190.
- Betts R.A., P.M. Cox, S.E. Lee, and F.I. Woodward. 1997. Contrasting physiological and structural vegetation feedbacks in climate change simulations. – *Nature*, vol. 387(6635), pp. 796-799.
- Brovkin V., M. Claussen, V. Petouknov, and A. Ganopolski. 1998. On the stability of the atmosphere–vegetation system in the Sahara Sahel region. – *Journal of Geophysical Research*, vol. 103, No. 31, pp. 31613–31624.
- Charney J., W.J. Quirk, S.H. Chow, and J. Kornfield. 1977. A comparative study of the effects of albedo change on drought in semi-arid regions. – *Journal of the Atmospheric Sciences*, vol 34(9), pp. 1366–1385.
- Claussen M. 1997. Modeling bio-geophysical feedback in the African and Indian monsoon region. *Climate Dynamics*, vol. 13, pp. 247-257.
- Claussen M. 1998. On multiple solutions of the atmosphere-vegetation system in present-day climate. – *Global Biogeochemical Cycles*, vol. 4, pp. 549-559.
- Claussen M, Brovkin V, Ganopolski A, Kubatzki C, Petoukhov V. 1998. Modelling global terrestrial vegetation climate interaction. – *Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Series B-Biological Sciences*, vol. 353, pp. 53–63.
- Dekker SC, M. Rietkerk, and M.F.P. Bierkens. 2007. Coupling microscale vegetation–soil water and macroscale vegetation–precipitation feedbacks in semiarid ecosystems. – *Global Change Biology*, vol. 13, pp. 671–678.
- FAO. 2000. Global map of monthly reference evapotranspiration. – GeoNetwork. URL: <http://www.fao.org/geonetwork/srv/en/metadata/>
- Janssen R.H.H., M.B.J. Meinders, E.H. Van Nes, and M. Scheffer. 2008. Microscale vegetation-soil feedback boosts hysteresis in a regional vegetation-climate system. – *Global Change Biology*, vol. 14, pp. 1104–1112.
- Moorcroft P.R. 2003. Recent advances in ecosystem–atmosphere interactions: an ecological perspective. – *Proceedings of Royal Society of London, B, Biological Sciences*, vol. 270, pp. 1215–1227.
- (van) Nes E.H., M. Hirota, M. Holmgren, and M. Scheffer. 2014. Tipping points in tropical tree cover: linking theory to data. – *Global Change Biology*, vol. 20, No. 3, pp. 1016–1021.
- Otterman J. 1974. Baring high-albedo soils by overgrazing: Hypothesized desertification mechanism. – *Science*, vol. 186, No. 4163, pp. 531-533.
- Patricola C.M. and K.H. Cook. 2008. Atmosphere/vegetation feedbacks: A mechanism for abrupt climate change over northern Africa. – *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*, vol. 113, D18102.
- Vinnikov K.Ya. and I.B. Yeserkepova. 1991. Soil moisture: Empirical data and model results. – *Journal of Climate*, vol. 4(1), pp. 66–79.
-



Zeng N. and J.D. Neelin. 2000. The role of vegetation–climate interaction and interannual variability in shaping the African savanna. – *Journal of Climate*, vol. 13, pp. 2665–2670.

Zeng N., K. Hales, and J.D. Neelin. 2002. Nonlinear dynamics in a coupled vegetation–atmosphere system and implications for desert–forest gradient. – *Journal of Climate*, vol. 15, pp. 374-387.

Zeng X., S.S.P. Shen, X. Zeng, and R.E. Dickinson. 2004. Multiple equilibrium states and the abrupt transitions in a dynamical system of soil water interacting with vegetation. – *Geophysical Research Letters*, vol. 31(5), L05501.

Zolotokrylin A.N. and T.B. Titkova. 2011. A new approach to the monitoring of desertification centers. – *Arid Ecosystems*, vol. 1(3), pp. 125-130.

Статья поступила в редакцию: 10.04.2018 г.

После переработки: 22.05.2018 г