

О МЕТОДЕ ВЕРОЯТНОСТНОГО ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ГИДРОЛОГИЧЕСКИХ СОБЫТИЙ В УСЛОВИЯХ ИЗМЕНЕНИЙ КЛИМАТА

М.В. Болгов, И.А. Филиппова, Е.А. Коробкина, Н.В. Осипова*

Институт водных проблем РАН
Россия, 119333 г. Москва, ул. Губкина, д. 3; **bolgovmv@mail.ru*

Резюме. Предлагаемый метод вероятностной оценки и прогнозирования экстремальных гидрологических событий в нестационарных условиях базируется на двух основных положениях. Исходное положение метода состоит в представлении многолетних колебаний стока в виде последовательной смены состояний гидрологической системы, каждое из которых является стационарным и характеризуется своими параметрами распределения, в том числе и на период прогноза (например, на период эксплуатации проектируемого объекта). Для прогнозирования основным вопросом является возможность учета в прогнозной модели всех предыдущих стационарных состояний системы, в которых она находилась до момента прогноза и в которые может вернуться в будущем – это является вторым методическим положением. Задача успешно решается с помощью байесовского подхода, суть которого состоит в построении прогнозной плотности распределения характеристик стока с учетом шансов реализации того или иного сценария климатических изменений, а основная сложность его применения заключается в оценке шансов (или вероятностей) реализации этих сценариев.

Приводятся примеры применения предлагаемого метода, в том числе для прогноза и оценки минимального зимнего и максимального половодного стока в бассейне р. Волги.

Ключевые слова. Экстремальные явления, нестационарность, байесовский метод, совместный анализ, стохастические модели, прогноз стока, климатические изменения, моделирование, река Волга.

ON THE METHOD OF HYDROLOGICAL EXTREMES PROBABLE FORECASTING UNDER CONDITIONS OF CLIMATE CHANGE

M.V. Bolgov, I.A. Filippova, E.A. Korobkina, N.V. Osipova*

Water Problems Institute Russian Academy of Sciences,
3, Gubkina, 119333, Moscow, Russia; *bolgovmv@mail.ru*

Abstract. The offered method of a probability assessment and prediction of extreme hydrological events in nonstationary conditions is based on two main points. The initial position of a method consists in representation of long-term fluctuations of a river runoff in the form of serial change of hydrological system states. Each of states is stationary and each of them is characterized by the

distribution parameters including for the forecast period (for example, for the period of operation of a designed object). For prediction, the main question is the possibility to take into account in the model all previous stationary states of system in which it was being until the forecast and in which it can return in the future. This is the second methodological point. The problem is successfully solved with using of Bayesian approach, the essence of which is in construction of a probability density function ρ for predicting river runoff characteristics with taking into account the chances of implementation of one or another scenario of climatic changes. The main complexity of application of this method consists in an assessment of chances (or probabilities) implementation of these scenarios.

Examples of application of the proposed method, including for the forecast and an assessment of a minimum winter runoff and maximum flood runoff in the Volga River basin are given.

Keywords. Extreme hydrological events, non-stationarity, bayesian method, kritskiy-menkel joint analysis, stochastic models, runoff forecast, climate change, modelling, Volga river.

Введение

Анализ многолетних рядов наблюдений за экстремальными гидрологическими явлениями, к числу которых относятся дождевые паводки, весенние половодья и маловодные периоды, позволяет сделать вывод о наличии существенных нарушений стационарности процессов, обусловленных современными изменениями климата. Гидрологический режим многих рек заметно изменился, и в сложившейся ситуации исходить из ранее принятой гипотезы стационарности многолетних колебаний стока не представляется возможным. В условиях климатически обусловленных изменений стока необходимо искать новые методы решения и подходы для оценки и прогноза гидрологических характеристик.

Используемые в современной гидрометеорологии модельные представления о структуре и свойствах метеорологических, океанологических, гидрологических, биологических и прочих систем далеки от совершенства, и мы не можем уверенно предсказать, как скажется их дальнейшее развитие на качестве прогнозирования стока. В результате общество сталкивается с проблемой появления новых рисков, связанных с плохо предсказуемыми экстремальными гидрологическими явлениями – засухами и наводнениями, а задача поиска адекватных методов оценки возможных гидрологических изменений в будущем становится приоритетной для мировой гидрологической науки.

При прогнозе изменений стока на длительную перспективу распространены подходы, основанные на использовании результатов расчетов по глобальным климатическим моделям – моделям совместной общей циркуляции атмосферы и океана (МОЦАО) для различных климатических сценариев, главным «управляющим» параметром которых являются дополнительные выбросы в атмосферу углекислого газа. При этом задача оценки гидрологиче-

ского отклика на сценарные изменения климатической системы решается разными путями. Можно использовать глобальные климатические модели различного уровня сложности, имеющие собственный гидрологический блок, можно с помощью региональных гидрологических моделей учесть результаты расчетов по глобальным и региональным климатическим моделям, можно также привлекать различные статистические зависимости между климатическими параметрами и стоком, и еще ряд других подходов. Но во всех этих случаях основной сложностью составления прогноза стока на будущее остается необходимость учитывать как имеющуюся «мультимодельность», так и большую ошибку (неопределенность) каждого сценарного или модельного расчета в отдельности.

Основное методологическое положение, из которого мы исходим при решении задачи прогноза изменений стока в нестационарных условиях, состоит в том, что наиболее адекватным прогнозом гидрологических характеристик с большой заблаговременностью с учетом неопределенностей различного рода, в частности, климатических, может быть только прогноз в вероятностной форме. Несмотря на то, что последовательности стока представляют собой плохо предсказуемый случайный процесс, статистические характеристики этого процесса, тем не менее, поддаются вероятностной оценке и региональному обобщению. Поэтому, прежде всего, необходимо решить основную вероятностную задачу, а именно: выяснить «характер» нестационарности исследуемого гидрологического процесса (скачкообразный или трендовый) и предложить общую схему его моделирования. При этом необходимо понимать, что главная задача, которая решается при разработке вероятностных методов оценки и прогноза экстремальных гидрологических явлений – это задача учета в прогнозе наблюдаемых и прогнозируемых, с большой степенью неопределенности, изменений климата.

Метод оценки и прогнозирования экстремальных гидрологических событий

Предлагаемый метод вероятностной оценки и прогнозирования экстремальных гидрологических событий в нестационарных условиях, обусловленных климатическими изменениями, базируется на двух основных положениях. Первое относится к «характеру» нестационарности исследуемых процессов, а второе – к учету этого «характера» в дальнейших прогнозах.

В каком направлении будут изменяться гидрологические процессы в целом, и, в частности, в каком состоянии окажется гидрологическая система в следующий момент времени, спрогнозировать достаточно сложно в силу того, что речной сток является интегральной характеристикой взаимодействия различных факторов (климатических, физико-географических, антропогенных). Однако, основываясь на некоторой априорной информации, в том числе и на сценарных расчетах изменений климата, можно сделать некоторые предположения (гипотезы) о поведении параметров рассматриваемого процесса в будущем. Исходное положение предлагаемого метода решения задач

оценки и прогнозирования экстремальных гидрологических событий в нестационарных условиях состоит в представлении многолетних колебаний стока в виде последовательной смены состояний гидрологической системы, каждое из которых является стационарным и характеризуется своими параметрами распределения, в том числе и на период прогноза (например, на период эксплуатации проектируемого объекта). В данном случае приемлемый класс случайных процессов – полумарковский процесс, который задается уравнением Маркова для стационарных периодов и матрицей перехода вероятностей для описания смены стационарных состояний.

Для прогнозирования основным вопросом является возможность учета в прогнозной модели всех предыдущих стационарных состояний системы, в которых она находилась до момента прогноза и в которые может вернуться в будущем – это и является вторым методическим положением. Однако, вполне допустимо, что гидрологическая система под воздействием изменений климата может прийти и в совершенно иное, неизвестное стационарное состояние, и мы также захотим учесть его в нашем прогнозе. Здесь на помощь приходит байесовский подход, суть которого состоит в построении прогнозной плотности распределения характеристик стока с учетом шансов реализации того или иного сценария климатических изменений, а основная сложность его применения заключается в оценке шансов (или вероятностей) реализации этих сценариев.

В дальнейшем, для иллюстрации предлагаемого метода, мы будем говорить об изменениях экстремальных величин стока – минимального зимнего и максимального половодного стока, и о трех периодах процесса многолетних колебаний стока, в каждом из которых система находится в своем, условно стационарном состоянии. Хотя метод распространим и на большее число смен стационарных состояний не только стока, но любой другой гидрологической характеристики, которая описывается предложенной схемой случайного процесса. В качестве примера рассматриваются многолетние колебания минимального стока р. Косы – с. Коса (рис. 1), правого притока р. Камы (площадь водосбора 6340 км²).

Байесовское оценивание (прогнозирование) состоит в вычислении прогнозной плотности распределения, позволяющей оценить вероятность изменения характеристики стока в прогнозном периоде по формуле полной вероятности

$$\tau(x|y) = \int_{\Theta} g(x|\theta, y) p(\theta|y) d\theta, \quad (1)$$

В качестве вероятностной модели стока $g(x|\theta, y)$ можно принять, например, двухпараметрическое гамма-распределение с параметром γ , равным среднему значению для обеих выборок. Апостериорная плотность математического ожидания (параметра θ) прогнозируемого процесса $p(\theta|y)$ учитывает нестационарность рассматриваемых процессов при построении прогнозной

плотности и, в рассматриваемом случае трех условно стационарных периодов, представляет собой смесь трех выборочных распределений

$$p(\theta|y) = \frac{n_1}{N}\eta_1(\theta, y) + \frac{n_2}{N}\eta_2(\theta, y) + \frac{n_3}{N}\eta_3(\theta, y), \quad (2)$$

где $\eta_i(\theta, y)$ – выборочное распределение параметра θ для i -го наблюдаемого стационарного периода длиной n_i , $i=1,2$ с вероятностями n_i/N ; $\eta_3(\theta, x)$ – распределение среднего прогнозируемой величины для периода прогноза продолжительностью η_3 .

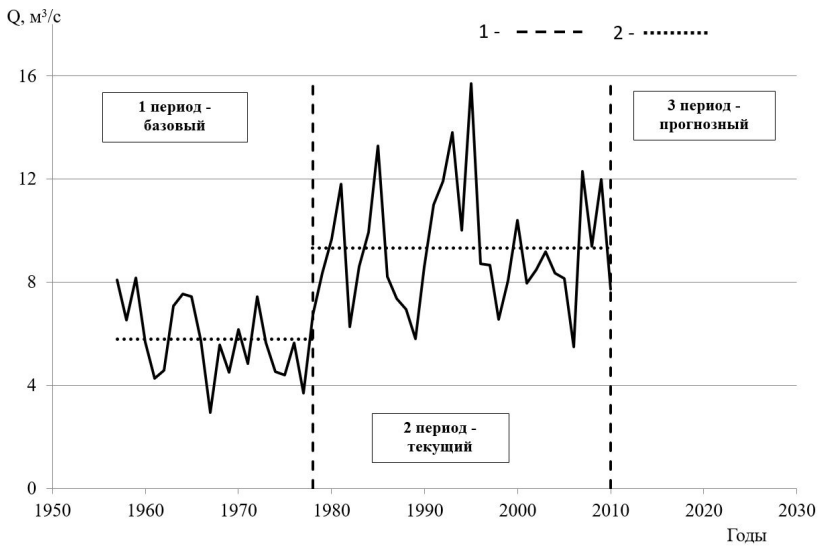


Рисунок 1. Схема деления ряда на стационарные периоды, р. Коса – с. Коса
1 – даты смены стационарных состояний, 2 – среднее за период

Таким образом, предметом дальнейших обсуждений станут подходы к назначению весов, присваиваемых различным периодам, и проблема оценивания параметра «среднее» в прогнозном периоде. Вопрос об оценке параметра «среднее» в прогнозном, климатически обусловленном, периоде будет обсуждаться ниже. Что касается назначения весов, в принятой модели мы исходим из того, что вероятности, как степени доверия к гипотезе перехода системы в определенное состояние в будущем, принимаются пропорциональными продолжительности этих наблюдаемых состояний. В последующем процедура назначения весов может быть усложнена с учетом вероятностей перехода из одного состояния в другое. Для этого необходимо знать матрицу переходных вероятностей, но для нескольких имеющихся случаев смены состояний пока не разработано надежной методики оценки этих вероятностей. Кроме того, использование результатов модельных расчетов сильно осложняется плохим качеством моделирования. Однако, если упоминавшаяся выше полумарков-

ская модель будет создана, то появится возможность выполнять прогноз на будущий период в форме условного распределения вероятностей, что уменьшит прогнозный доверительный интервал и, тем самым, улучшит качество прогнозирования (Болгов и др., 2016).

Приложения метода

1. Оценка расчетных характеристик зимнего 30-суточного минимального стока

Следствием климатических изменений на Европейской территории России стало изменение гидрологического режима средних рек. В частности, для рек снегового питания бассейнов Камы, а также Средней и Нижней Волги зафиксировано выравнивание внутригодового распределения стока за счет увеличения минимального зимнего и летнего стока (Филиппова, 2014) и, соответственно, уменьшения стока весеннего половодья (Осипова, Филиппова, 2016). Изучение статистической структуры многолетних рядов минимального и максимального стока в бассейне р. Волги позволило обнаружить на реках бассейна синхронно сменяющиеся друг друга фазы водного режима, что дает возможность представить колебания стока на этой территории в виде смены двух условных стационарных состояний, как рассмотрено выше. Каждое из этих состояний с определенной вероятностью может реализоваться в будущем. Хронологический график (рис. 2) и разностно-интегральная кривая (рис. 3) иллюстрируют смену фаз водного режима, представляющих собой различные состояния гидролого-климатической системы.

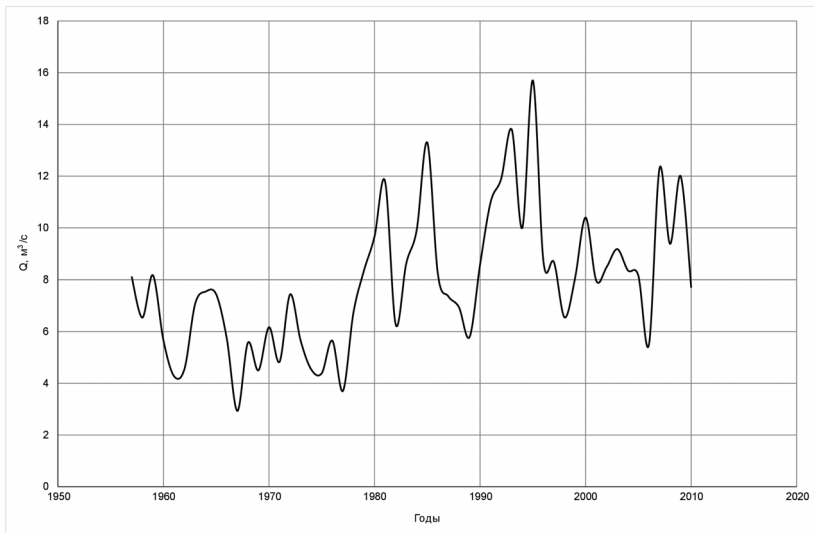


Рисунок 2. Минимальные 30-суточные расходы зимнего периода, р. Коса – п. Коса

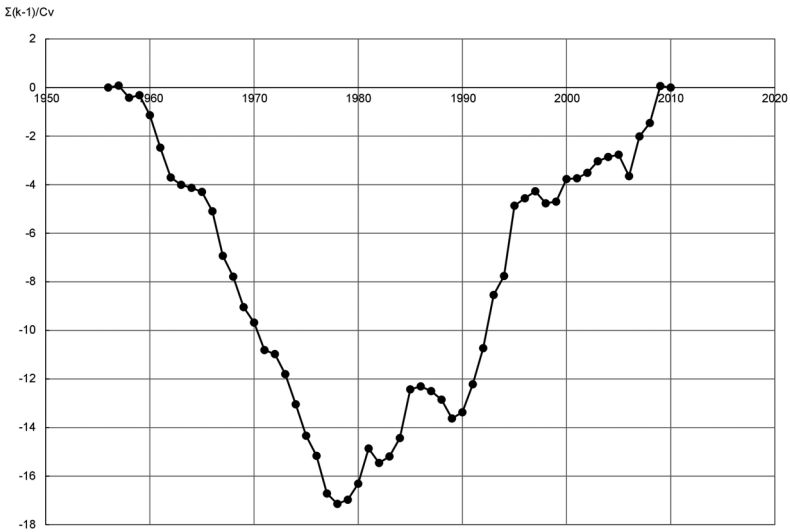


Рисунок 3. Разностно-интегральная кривая минимального стока р. Коса – д. Коса

Для получения расчетной кривой распределения минимального стока возможно исходить из уже наблюдаемых значений за два условных стационарных периода – базисный (условно определяемый для бассейна Волги – до 1980 г.) и текущий. Для каждого периода подбирается закон распределения (кривая обеспеченности), а расчетная кривая обеспеченности для всего ряда строится как сумма двух законов распределения с весами, пропорциональными длинам выборок. Тогда, придавая весовой коэффициент для каждого периода пропорционально его длине, получаем искомую кривую (Болгов и др., 2014) (рис. 4).

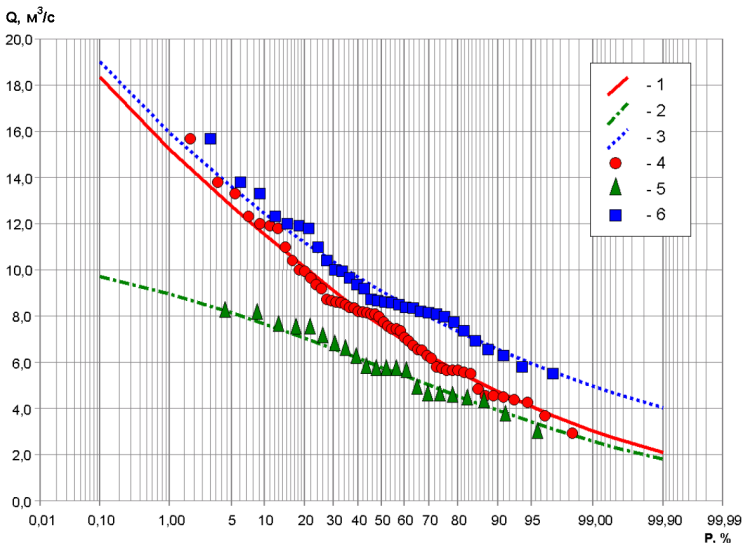


Рисунок 4. Кривые распределения минимального стока в условиях климатических изменений, р. Коса – д. Коса

1 – расчетная; теоретические: 2 – для 1 периода, 3 – для 2 периода; эмпирические: 4 – для всего ряда, 5 – для 1 периода, 6 – для 2 периода

2. Прогноз минимального стока с учетом результатов моделирования климата

Для решения задачи прогноза 30-дневного минимального зимнего стока в бассейне р. Волга с учетом прогнозируемых изменений климата (в пределах некоего третьего условно стационарного состояния) рассмотренная выше модель смены стационарных состояний также дает возможность применять байесовский подход, который позволяет учесть шансы на реализацию в будущем всех наблюдаемых состояний.

Сложность получения прогнозного распределения с учетом третьего «климатически обусловленного» стационарного состояния состоит в оценке параметра распределения стока (среднее) в этом периоде. Основной проблемой использования модельной метеорологической информации для расчета этого параметра является несоответствие масштабов представления данных в климатических и гидрологических моделях, как временных, так и пространственных, другими словами, проблема даунскейлинга. Предлагаемый нами подход к оценке среднего многолетнего минимального зимнего стока в прогножном периоде, с учетом изменений климата, проблему даунскейлинга решает следующим образом.

В решаемой задаче приходится иметь дело с данными об аномалиях зимней температуры воздуха в узлах градусной сетки, в то время как данные по стоку представлены среднемноголетними значениями, привязанными к центрам рассматриваемых водосборов. Многообразие условий формирования стока на водосборах определяет регрессионный характер связи стока с метеорологическими характеристиками, коэффициент корреляции которой не велик (0.5-0.7), причем более надежный вывод о качестве связи получить сложно в силу ограниченности гидрологических рядов наблюдений. Использование регрессионной зависимости с коэффициентом корреляции 0.6 (для условий минимального стока в бассейне р. Волги) означает, что мы игнорируем многообразие индивидуальных условий формирования стока, которое сохранится и в прогножном периоде. Выход заключается в том, что для прогноза на будущее используется не двумерная плотность, описывающая связь стоковых и климатических характеристик, а уравнение регрессии, отнесенное к точке на графике связи, характеризующей конкретный водосбор. Таким образом осуществляется перенос значений климатических предикторов стока на масштаб водосбора, т.е. учитывается индивидуальность условий формирования стока. Для различных водосборов и типов экстремальных величин стока такие зависимости будут различаться, а в качестве предикторов могут выступать разные метеорологические характеристики.

Известно, что в бассейне Волги повышение средней температуры воздуха за период с декабря по март является основным климатическим фактором увеличения стока зимней межени (Болгов и др., 2014), что позволяет использовать эту характеристику в качестве основного предиктора при расчетах стока с учетом прогнозируемых климатических изменений. Связь между температурой воздуха и стоком сложная и неоднозначная, прямой зависимости между этими характеристиками обнаружить не удастся, но для минимального зимнего стока полу-

чена зависимость между относительными величинами температуры и стока в виде линейного тренда с коэффициентом $a=1.68$ (Болгов и др., 2014). Относительные величины, характеризующие изменения средних значений минимального стока и средней температуры воздуха за зиму во втором, текущем, периоде относительно их значений в базовом периоде, выражаются для температуры в приращениях ΔT , для стока – в долях от среднего за базовый период.

С использованием этой зависимости среднее значение стока в «климатически обусловленном» периоде \bar{q}_3 определяется из следующего выражения

$$K_3 = K_2 + a\Delta T, \quad (3)$$

где $K_2 = \bar{q}_2/\bar{q}_1$, $K_3 = \bar{q}_3/\bar{q}_1$ представляют собой безразмерные коэффициенты, характеризующие изменения средних значений стока текущего и «климатически обусловленного» периодов относительно значений базового периода. Здесь \bar{q}_1 и \bar{q}_2 суть средние значения минимального стока базового и текущего периодов (после установленной даты нарушения стационарности в рядах наблюдений), соответственно; ΔT – приращение средней температуры воздуха за зиму (прогнозируемой по результатам модельных расчетов по глобальным климатическим моделям для сценариев умеренного роста парниково-вых газов в атмосфере) по отношению к текущему периоду.

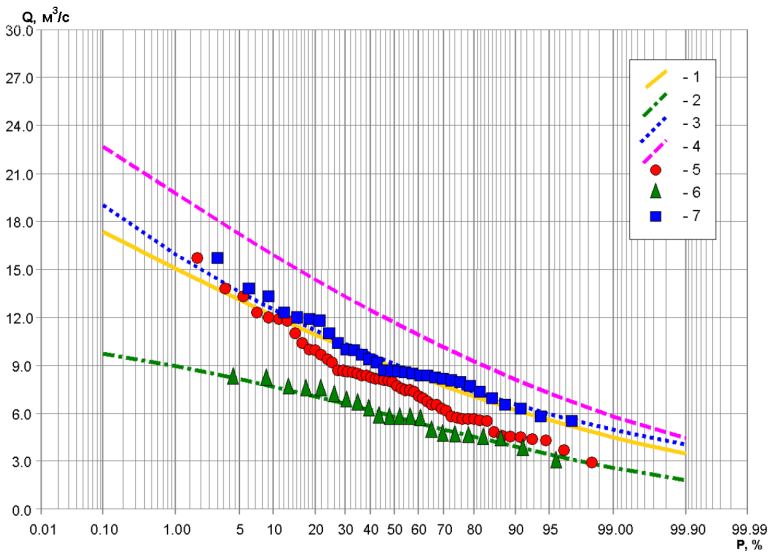


Рисунок 5. Вероятностный прогноз минимального стока в условиях климатических изменений
р. Коса – д. Коса

Кривые распределения: 1 – Байесовская; теоретические: 2 – для 1 периода, 3 – для 2 периода, 4 – для 3 периода; эмпирические: 5 – для всего ряда, 6 – для 1 периода, 7 – для 2 периода

Такая зависимость позволяет получить прогнозные значения среднегоголетнего стока в будущем прогнозном периоде (рис. 5, кривая 4), а учесть шансы на реализацию этого варианта развития событий, как и уже наблюдаемых, позволяет байесовский подход (рис. 5, кривая 1). Здесь следует сказать, что все расчеты выполнялись при условии прогнозируемого увеличения приземной температуры воздуха в бассейне Волги в зимний период на величину

ΔT на ближайший период 20 лет (2011-2030 гг.). Для получения величины ΔT использовались результаты расчетов долгосрочных климатических изменений по 18 климатическим моделям, участвующим в пятой фазе проекта по сравнению моделей СМIP5 (Кокорев, Анисимов, 2013), а в качестве прогнозного значения температуры воздуха на будущее используется осредненная по этим расчетам зимняя температура.

3. Метод совместного анализа данных в нестационарных условиях

Предложенная модель колебаний стока была использована для развития метода совместного анализа данных наблюдений в нестационарных условиях. Метод совместного анализа данных (метод Крицкого-Менкеля) применяется в гидрологии для получения территориально-общих оценок стока при недостаточности данных наблюдений, но для условий стационарности гидрологического режима. Для нестационарных условий, обусловленных климатическими изменениями, предложен новый подход к оценке параметров стока методом совместного анализа (Осипова, Филиппова, 2016).

На основе анализа многолетних рядов максимального стока половодья в бассейне Нижней Волги выявлена смена фазы максимальной водности стока – с повышенной на пониженную, произошедшая вследствие климатических изменений. Аналогично алгоритму расчета минимального стока для наблюдаемых рядов максимального стока назначено условное деление массива данных на два временных периода, соответствующих фазам водности. Для каждого периода при помощи метода Крицкого-Менкеля произведено районирование бассейна и рассчитаны среднерайонные параметры, позволяющие получить расчетные кривые распределения в условиях недостатка исходной гидрологической информации. Для всего периода наблюдений расчетные значения стока заданной обеспеченности в предложенной схеме получаются в результате применения байесовского подхода – построения совместного распределения для двух периодов (по полученным на предыдущем этапе параметрам). Таким образом, удастся решить две важные проблемы – снивелировать недостаток исходной информации и одновременно учесть нестационарность в наблюдаемых рядах. Предложенный алгоритм рекомендуется использовать в том случае, если отмеченная нестационарность является следствием климатических изменений, произошедших на значительной территории.

4. Учет неопределенности оценок параметров

При расчетах предельных максимумов стока, характеризующихся большой ошибкой модельных представлений, необходимо иметь возможность (инструмент) учета этой ошибки. В этом случае необходимо в распределении с верхним пределом (усеченное распределение в точке предельного максимума) этот предел рассматривать не как абсолютную величину, а как случайную величину θ , характеризуемую некоторым распределением вероятностей.

Относительно распределения вероятностей верхнего предела логично предположить, что оно должно хорошо аппроксимироваться нормальным

законом распределения, как и любые другие оценки, характеризующиеся ошибками разного рода. Прогнозная плотность, как следует из уравнения (1), может рассматриваться как некоторое осреднение ординат функции исходной плотности распределения вероятности $g(x, \theta)$ по апостериорной плотности параметра θ , который в нашем случае является верхним пределом исходного распределения. При этом, чем больше ошибка верхнего предела в используемом усеченном распределении экстремумов, тем ближе байесовская оценка к полному распределению вероятностей.

Заключение

Наблюдаемые (происходящие) изменения гидрологического режима ставят перед гидрологией новые задачи, связанные с необходимостью учитывать нарушения стационарности временных последовательностей стока или других гидрометеорологических характеристик. Наиболее важной задачей является получение точных и надежных параметров стохастических моделей в зонах экстремальных (минимальных или максимальных) значений, что связано с необходимостью минимизации возможных негативных последствий воздействия критических состояний системы для экономики.

Задача оценивания и прогнозирования стока в нестационарных условиях требует тщательного анализа, который позволяет выяснить являются ли наблюдаемые экстремумы следствием происходящих климатических или антропогенных изменений, или, как часто случается в гидрологической практике, имеет место редко встречающееся явление в рамках стационарного процесса, а его «отскакивающий» характер связан с ограниченностью ряда наблюдений. Если во втором случае задача может быть решена путем реализации метода объединения совокупностей (Крицкий, Менкель, 1981), то в нестационарных условиях решение может быть найдено только в рамках предлагаемого в статье байесовского подхода.

Предлагаемый метод реализован на примере 120 водосборов бассейна р. Волги. Результаты, представленные на примере р. Косы, показывают, что применение байесовского метода обеспечивает более надежное решение задачи аппроксимации для практически важного диапазона обеспеченностей минимального стока.

Благодаря рекомендуемому подходу становится возможным получение оценок расчетных гидрологических характеристик в диапазоне экстремальных значений возможным на основе использования результатов моделирования глобальной климатической системы с учетом всех факторов неопределенности – как собственно климатического прогноза, так и стохастических моделей многолетних колебаний стока в силу корреляционного характера используемых зависимостей.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 16-05-00766.

Список литературы

Болгов М.В., Коробкина Е.А., Трубецкова М.Д., Филимонова М.К., Филиппова И.А. 2014. Современные изменения минимального стока на реках бассейна р. Волга. – *Метеорология и гидрология*, № 3, с.75-84.

Болгов М.В., Коробкина Е.А., Филиппова И.А. 2016. Байесовский прогноз минимального стока в нестационарных условиях с учетом возможных изменений климата. – *Метеорология и гидрология*, № 7, с. 72-81.

Кокорев В.А., Анисимов О.А. 2013. Построение оптимизированной ансамблевой климатической проекции для оценки последствий изменений климата на территории России. – *Проблемы экологического мониторинга и моделирования экосистем*, т. 25, с. 131-153.

Крицкий С.Н., Менкель М.Ф. 1981. Гидрологические основы управления речным стоком. – М., Наука, 270 с.

Осипова Н.В., Филиппова И.А. 2016. Оценка расчетных значений гидрологических характеристик методом совместного анализа Крицкого-Менкеля в нестационарных условиях. – *Водное хозяйство России: проблемы, технологии, управление*, № 3, с. 69-80.

Филиппова И.А. 2014. Минимальный сток рек Европейской части России и его оценка в условиях изменения климата. – Диссертация канд. геогр. наук. – М., ИВП РАН, 210 с.

References

Bolgov M. V., Korobkina E. A., Trubeckova M. D., Filimonova M. K., Filippova I. A. 2014. Sovremennye izmenenija minimal'nogo stoka na reках bassejna r. Volga [Modern changes in the minimum runoff in the rivers of the basin of the river Volga]. *Meteorologija i gidrologija – Meteorology and hydrology*, no. 3, pp. 75-84.

Bolgov M.V., Korobkina E.A., Filippova I.A. 2016. Bajesovskij prognoz minimal'nogo stoka v nestacionarnyh uslovijah s uchetom vozmozhnyh izmenenij klimata [Bayesian forecast of the minimum runoff in non-stationary conditions taking into account possible climate changes]. *Meteorologija i gidrologija – Meteorology and hydrology*, no. 7, pp. 72-81.

Kokorev V.A., Anisimov O.A. 2013. Postroenie optimizirovannoj ansamblevoj klimaticheskoj proekcii dlja ocenki posledstvij izmenenij klimata na territorii Rossii [Construction of an optimized ensemble climate projection for assessing the effects of climate change on the territory of Russia]. *Problemy jekologičeskogo monitoringa i modelirovanija jekosistem – Problems of ecological monitoring and modeling of ecosystems*, vol. 25, pp. 131-153.

Kritskij S.N., Menkel' M.F. 1981. *Gidrologičeskie osnovy upravlenija rečnym stokom* [Hydrological basis of river flow management]. Moscow, Science, 270 p.

Osipova N.V., Filippova I.A. 2016. Otsenka raschetnyh znachenij gidrologicheskikh harakteristik metodom sovmestnogo analiza Kritskogo-Menkelja v nestacionarnyh uslovijah [Estimation of calculated values of hydrological characteristics by the method of joint analysis of Kritsky-Menckel in non-stationary conditions]. *Vodnoe hozjajstvo Rossii: problemy, tehnologii, upravlenie – Water management in Russia: problems, technologies, management*, no. 3, pp. 69-80.

Filippova I.A. 2014. *Minimal'nyj stok rek Evropejskoj chasti Rossii i ego ocenka v uslovijah izmenenija klimata* [The minimum flow of rivers in the European part of Russia and its assessment in the context of climate change]. Candidate's thesis. Moscow, 210 p.

Статья поступила в редакцию: 25.05.2017

После переработки: 04.07.2017